Nancy-Université INPL
Institut National
Polytechnique de Lorraine

École Nationale Supérieure de Géologie

École doctorale RP2E

Méthodes de discrétisation et de changement d'échelle pour les réservoirs fracturés 3D

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 7 Septembre 2007

pour l'obtention du

Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine

Spécialité Géosciences

par

Sarah Vitel

Composition du jury

Rapporteurs :	Alain GRINGARTEN Philippe RENARD
Examinateurs :	Guillaume CAUMON Colin DALY
Directeur :	Jean-Laurent MALLET

Centre de Recherches Pétrographiques et Géochimiques
Laboratoire d'Infographie et d'Analyse de Données
Rue du Doyen Marcel Roubault - 54500 Vandœuvre

Remerciements

Je remercie mon directeur de thèse, Jean-Laurent Mallet, qui m'a fait confiance pour me prendre en thèse et laisser développer ces quelques petites idées durant trois années. Je suis reconnaissante à Alain Gringarten, professeur à Imperial College, et Philippe Renard, professeur à l'université de Neuchâtel, et lui-même ancien de l'ENSG, d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je remercie également Colin Daly, ingénieur à Schlumberger, et Guillaume Caumon, maître de conférence à l'ENSG, d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Je voudrais également remercier quelques extérieurs, l'équipe de professeurs de SUPRI-B de l'université de Stanford, avec lesquels j'ai suivi un cours passionnant sur la simulation d'écoulement et le fonctionnement d'un simulateur. Bin Gong, le professeur Durlofsky, et surtout Mohammad Karimi-Fard, pour m'avoir accueillie pendant quelques semaines et m'avoir permis de profiter de leurs développements et expériences. Mohammad, merci pour tes précieux renseignements sur GPRS et les fractures.

Mes remerciements vont ensuite à tous les membres du labo que j'ai pu croiser durant ces trois années. Je commencerai par Sophie, qui a su m'attirer vers cette option géologie numérique par son dynamisme, son humour, sa fantaisie, et sa passion du projet. Bien sûr, Laurent Souche, sans lequel j'aurais eu bien du mal à décoller un peu dans cette thèse. Je n'oublie pas les idées bonnes (ou moins bonnes) qu'il m'a suggérées. Et puis, aussi, pour sa mauvaise langue légendaire (LDP pour les intimes). Je pense ensuite aux différents camarades de bureau qui se sont essaimés. Pimu d'abord, pour nos longues discussions, pas toujours portées sur la science, il faut bien l'avouer. Laurent Castanié, qui, bien que peu présent entre nos murs, amenait un rayon de soleil bien agréable. Manu, ensuite, étonnant par sa constance d'humeur, même si j'ai quand même réussi à le faire sortir de ses gonds ;-p. Merci pour ton aide, ton écoute, ta patience pour répondre à mes questions stupides, ton intérêt continuel pour les travaux des autres. Et enfin Luky Luke, toujours souriant, toujours aimable, un vrai petit être charmant (comme dit Sophie). Cela a été bien agréable de partager ce bureau quelques fois. Mes collègues du bureau d'à côté, et en particulier Laeti, ma soeur de fractures. Merci pour ton caractère vif et non consensuel, et je ne le dis pas ironiquement. Sergey, le Russe danseur et classe. Merci pour tes réflexions sur les modèles de puits, et les quelques vodkas. Et puis bien sûr, Christian, mon ptit cri-cri, dont l'humour décapant en toutes occasions m'a fait le plus grand bien. Mais qui a également toujours été disponible pour écouter mes interrogations de béotienne sur les solveurs numériques et comment on résout un *** de système non symétrique à contraintes linéairement dépendantes, voire sous-déterminé... Et bien, on ne le fait pas, on reprend le problème et on essaie de bien le poser ! Sans oublier notre secrétaire de choc, Mme Cugurno pour sa bienveillance et sa patience.

Enfin, je voudrais faire un petit clin d'oeil à mes colocs successifs. Ma petite soeur Manon, qui a supporté mon humeur oscillante pendant ma deuxième année de thèse et le début de la troisième, puis Micha, qui a supporté mon humeur finalement sans doute assez massacrante vers la fin... Merci pour tes discussions et tes margaritas qui m'ont fait sortir de mon petit monde de fractures et upscaling. Et puis surtout, un grand merci à ma mère, pour s'être accrochée pendant 150 pages et quelques à rechercher la petite bête et tenter de comprendre ce que sa fille avait bien pu faire. Et je remercie mon père, qui a sans doute dû subir les questionnements de ma mère à l'issue de paragraphes quelque peu obscurs.

À mon grand-père

Table des matières

Introduction

1 Du géomodeleur au simulateur d'écoulement 1
2 Le changement d'échelle : définition et problématique 1
3 La problématique des réservoirs fracturés pour la simulation d'écoulement 2
4 Contexte de la thèse et organisation du mémoire 3

1
Les modèles conceptuels pour l'écoulement dans les réservoirs fracturés

1.1 Écoulements : de la fracture au réservoir fracturé 6
1.1.1 Définition d'une fracture 6
1.1.2 Géométrie d'une fracture 6
1.1.3 Les propriétés hydrodynamiques d'une fracture 7
1.1.4 Les réseaux de fractures 8
1.1.5 Classification des réservoirs fracturés 9
1.1.6 Bilan 11
1.2 Caractérisation des réservoirs fracturés 11
1.2.1 Acquisition de données de fractures 11
1.2.2 Indicateurs structuraux 13
1.2.3 Modélisation de réseaux de fractures 15
1.2.4 Bilan 15
1.3 Les modèles par continuum équivalent 17
1.3.1 Le modèle simple continuum 17
1.3.2 Le modèle double continuum 19
1.4 Les modèles discrets 21

1.5 Les modèles hybrides 23
1.6 Approche hiérarchique 25
1.7 Bilan sur les différents modèles pour l'écoulement dans les réservoirs fracturés . . 26
1.8 Discussion du modèle à double continuum 27
1.8.1 Existe-t-il un volume élémentaire représentatif pour les milieux fracturés ? 28
1.8.2 Influence de la fonction de transfert matrice-fracture 29
1.8.3 Erreurs dues à l'idéalisation du réseau de fractures 30
1.8.4 Erreurs dues aux conditions aux limites locales pour le changement d'échelle 30
1.9 Conclusion 30

2
Discrétisation des réservoirs fracturés

2.1 Grille réservoir et discrétisation 34
2.1.1 Discrétisation spatiale : définition d'une grille réservoir 35
2.1.2 Discrétisation des équations 36
2.1.3 Schémas d'approximation du flux 38
2.1.4 Paramètres nécessaires aux calculs de simulation d'écoulement 41
2.2 Approches pour la représentation d'une grille réservoir 42
2.2.1 Approche basée sur les blocs 42
2.2.2 Approche basée sur les connectivités 42
2.2.3 Avantages de l'approche basée sur les connectivités 43
2.3 Méthodes de discrétisation des réservoirs fracturés : état de l'art 44
2.3.1 Méthodes de discrétisation par une représentation basée connectivités . . 45
2.3.2 Méthodes de discrétisation par une représentation basée blocs 47
2.3.3 Approches originales pour la discrétisation de systèmes fracturés 52
2.3.4 Discussion sur les méthodes existantes pour la discrétisation des milieux poreux fracturés 56
2.4 Le *PipeNetwork* : une discrétisation conjointe de la matrice et des fractures discrètes 57
2.4.1 Définition et structure 57
2.4.2 Graphe et implantations 58
2.4.3 Données d'entrée pour l'extraction du *PipeNetwork* depuis un modèle fracturé 59

2.4.4 Les étapes d'extraction d'un *PipeNetwork* à partir d'un modèle fracturé . 60
2.4.5 Performances de l'algorithme d'extraction 67
2.4.6 Bilan 67
2.5 Validation du *PipeNetwork* par comparaison avec une discrétisation volumes finis 70
2.5.1 Jeu de données et paramètres de simulation 71
2.5.2 Écoulement diphasique incompressible 72
2.5.3 Écoulement diphasique compressible 73
2.5.4 Écoulement diphasique incompressible avec perméabilité relative 73
2.5.5 Écoulement diphasique incompressible avec pression capillaire 74
2.5.6 Discussion 75
2.6 Conclusion 76

3
Méthodes de changement d'échelle pour les réservoirs hétérogènes : état de l'art

3.1 Perméabilité équivalente : définition 88
3.2 Méthodes analytiques 90
3.2.1 Méthodes analytiques par moyennes 90
3.2.2 Renormalisation 91
3.2.3 Bilan et discussion 93
3.3 Méthodes numériques pour le problème d'écoulement 93
3.3.1 Méthodes locales ou locales étendues 95
3.3.2 Méthodes globales ou quasi-globales 99
3.3.3 Comparaison entre perméabilité et transmissibilité équivalentes 100
3.3.4 Bilan et discussion 102
3.4 Méthodes numériques pour le problème de transport 103
3.5 Méthodes complémentaires pour l'amélioration des résultats du changement d'échelle 105
3.5.1 Méthodes multi-échelles 105
3.5.2 Utilisation de grilles adaptatives basées sur l'écoulement pour l'*upgridding* 107
3.5.3 Bilan 109
3.6 Discussion : les sources d'erreur dans le changement d'échelle local 110
3.6.1 Milieu à perméabilité statistiquement isotrope 110

3.6.2 Milieu anisotrope fortement hétérogène 111
3.6.3 Milieu fracturé 111
3.7 Conclusion 111

4
Méthode de changement d'échelle globale adaptative

4.1 Procédure de changement d'échelle globale adaptative 116
4.1.1 Sélection des noeuds 117
4.1.2 Décimation des noeuds 121
4.1.3 Décimation des connexions 126
4.1.4 Bilan et perspectives 129
4.2 Proposition pour une extension à une approche multi-échelle 130
4.2.1 Reconstitution des pressions sur le modèle fin 131
4.2.2 Intégration dans un schéma de résolution IMPES 132
4.2.3 Bilan et perspectives 133
4.3 Application à des milieux hétérogènes 134
4.3.1 Milieu fortement anisotrope 134
4.3.2 Modèle 3D chenalisé 138
4.3.3 Bilan 144
4.4 Application à un milieu fracturé 144
4.4.1 Jeu de données 144
4.4.2 Écoulement diphasique avec double perméabilité relative 145
4.4.3 Écoulement diphasique avec double pression capillaire 150
4.4.4 Bilan 154
4.5 Conclusion 155

Conclusion

Table des figures **163**

Liste des tableaux **169**

Bibliographie **171**

Introduction

L'étude d'un réservoir pétrolier repose en partie sur une étape de modélisation des processus d'écoulements pour prédire les capacités de récupération d'hydrocarbures. Par la modélisation des processus physiques et chimiques pertinents, ces simulations donnent un aperçu du comportement dynamique d'un réservoir, à partir duquel des stratégies d'exploitation sont mises en place. Effectuer une simulation d'écoulement consiste fondamentalement à résoudre un système d'équations aux dérivées partielles. Les méthodes utilisées aujourd'hui pour traiter ces équations imposent des contraintes sur la structure et la taille des objets utilisés pour représenter les réservoirs.

1 Du géomodeleur au simulateur d'écoulement

Après l'acquisition et l'intégration de données brutes, un modèle géologique est construit, décrivant la géométrie des structures géologiques, la distribution spatiale des faciès et celle des propriétés pétrophysiques. Ces propriétés sont généralement obtenues par des simulations géostatistiques en raison du faible pourcentage de données disponibles sur l'ensemble du réservoir. Une fois le modèle géocellulaire constitué, une étape de mise à l'échelle est la plupart du temps requise. En effet, ces modèles sont souvent représentés par des grilles à haute résolution, sur lesquelles les temps de calculs pour une simulation d'écoulement peuvent devenir prohibitifs. Un modèle de plus faible résolution est donc généré, et les propriétés du réservoir sont réévaluées en conséquence. Les informations de géométrie et de propriétés sont ensuite transmises au simulateur d'écoulement qui effectue les calculs.

2 Le changement d'échelle : définition et problématique

Lors de la modélisation d'un réservoir pétrolier, les données sont traitées à différentes échelles successives. D'abord, les propriétés intrinsèques de la roche (perméabilité et porosité) et les propriétés fluides-roches (perméabilité relative et pression capillaire) sont caractéristiques de l'échelle du pore, de l'ordre de 10^{-6} m. Elles sont ensuite mesurées en laboratoire sur des carottes à l'échelle du centimètre. Ces propriétés, connues seulement au niveau des puits, sont estimées au sein de l'ensemble du réservoir par des méthodes géostatistiques. Ces modèles géostatistiques sont constitués de cellules de 1 à 10 m. Enfin, les calculs d'écoulement sont effectués sur des modèles constitués de blocs de 10 à 100 m.

Tout au long de la chaîne de modélisation, il est donc nécessaire de transférer les propriétés d'une échelle à l'autre. Généralement, ce transfert s'opère d'une échelle plus fine à une échelle plus grossière, en anglais on parle donc d'*upscaling* ou *scale-up*. Les techniques de changement d'échelle doivent conserver précisément les caractéristiques de l'échelle fine, et en particulier les hétérogénéités existant au sein de la roche. Parce que la perméabilité n'est pas une grandeur additive, son estimation à une échelle plus grande est le problème majeur du changement d'échelle. De plus, elle se caractérise par une très forte variabilité spatiale, créant des schémas complexes de connectivité à grande échelle.

Dans les travaux présentés dans cette thèse, nous nous intéresserons au transfert des propriétés du modèle géologique vers le modèle d'écoulement. Malgré des moyens de calcul de plus en plus performants, notamment avec le développement de techniques de résolution sur des ordinateurs en parallèle, il est à penser que les modèles géologiques, typiquement composés aujourd'hui de 10^7 à 10^8 cellules, excèderont toujours les modèles utilisés couramment pour la simulation d'écoulement, de l'ordre de 10^5 à 10^6 blocs. De plus, comme les modèles géologiques proviennent de simulations géostatistiques, il est nécessaire d'effectuer de nombreuses simulations d'écoulement sur différents modèles équiprobables. Des méthodes efficaces pour le changement d'échelle sont donc toujours nécessaires pour réduire le coût des calculs d'écoulement. En particulier, dans le cas de réservoirs très hétérogènes à géométrie extrêmement complexe comme les réservoirs fracturés, le changement d'échelle est indispensable.

3 La problématique des réservoirs fracturés pour la simulation d'écoulement

Parmi les réservoirs hétérogènes, les réservoirs fracturés représentent une problématique à part. En effet, ces réservoirs seront généralement caractérisés par un comportement de double milieu, puisque les fractures et la roche encaissante ne réagiront pas de la même manière aux écoulements de fluides, à la pression lithostatique ou à la pression de confinement, ni au cours du temps. Ces deux milieux sont donc modélisés par des propriétés fluides-roches différentes lors de la simulation d'écoulement. De plus, la géométrie et les propriétés de ces deux milieux sont très différentes. Alors que la roche matricielle représente l'ensemble du volume poreux tridimensionnel d'un réservoir, les fractures représentent des structures directionnelles, caractérisées par une épaisseur de quelques millimètres et une longueur pouvant aller jusqu'à plusieurs centaines de mètres. De plus, la roche présente souvent des perméabilités allant de moins d'un millidarcy à quelques centaines de millidarcy, tandis que la perméabilité de fractures ouvertes peut être de dizaines de Darcy. Enfin, ces fractures ont tendance à créer des fortes hétérogénéités connectées à grande échelle.

Ces caractéristiques de géométrie complexe, de forts contrastes de perméabilité, et de structures très conductrices à grande échelle, font des réservoirs fracturés de mauvais candidats pour le changement d'échelle. Les techniques doivent être capables de bien représenter dans un modèle grossier à la fois les hétérogénéités de l'échelle fine, la géométrie des chemins d'écoulements préférentiels créés par les fractures, et les relations entre les deux milieux de matrice et de fractures. Enfin, quelle que soit l'approche choisie pour représenter le réservoir, le simulateur doit pouvoir

modéliser des comportements dynamiques différents au sein des deux milieux.

4 Contexte de la thèse et organisation du mémoire

Les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans le projet de recherche GOCAD. L'objectif initial de ce projet est de proposer un ensemble cohérent d'outils mathématiques et informatiques pour la modélisation tridimensionnelle des objets géologiques (Mallet, 2002). Le fruit de ces travaux est le logiciel GOCAD, actuellement maintenu et développé commercialement par la société EarthDecision/Paradigm Geophysical, qui propose un large panel d'outils pour la construction de modèles géologiques à géométrie complexe les plus détaillés possibles.

Parmi les récents travaux de recherche réalisés, ceux de Macé (2006) se sont intéressés à la mise en place d'outils pour la caractérisation des réservoirs fracturés. Ces outils permettent d'estimer les densités et orientations des fractures dans un domaine, à partir des données de puits, d'une estimation de l'état de contraintes dans le domaine et des propriétés lithologiques des roches. L'étape suivante est d'utiliser ces modèles statiques pour créer des modèles d'écoulement à transmettre au simulateur d'écoulement. Deux problèmes se posent alors : (1) comment représenter ces descriptions très détaillées en étant compatible avec les pré-requis des simulateurs d'écoulement, et (2) comment effectuer un changement d'échelle qui conserve à la fois les très fortes hétérogénéités et les caractéristiques géométriques importantes du système fracturé, et qui puisse reproduire le comportement de double milieu de ces réservoirs.

Pour répondre à ces impératifs, les travaux présentés dans cette thèse s'articulent autour de deux points principaux : (1) le développement d'une méthode de discrétisation des réservoirs fracturés, pour représenter aussi précisément que possible les écoulements au sein d'une formation fracturée, et qui soit compatible avec les simulateurs d'écoulement, puis (2) le développement d'une procédure de changement d'échelle applicable à tout type de réservoirs hétérogènes, et en particulier aux réservoirs fracturés.

Le premier chapitre présente les modèles conceptuels actuellement élaborés pour la modélisation des écoulements dans les réservoirs fracturés. Les problèmes générés par la présence de fractures dans un réservoir pour son exploitation et sa production sont d'abord abordés. La difficulté pour la génération de modèle de fractures est ensuite soulignée, en présentant les différentes méthodes disponibles aujourd'hui pour collecter les données de fractures et construire des modèles géologiques cohérents. Enfin, les différents modèles conceptuels pour la simulation d'écoulement dans les milieux fracturés sont présentés et confrontés. Les limites des modèles traditionnels sont alors mises en évidence : des méthodes précises et efficaces doivent être développées pour une représentation fidèle de réseaux de millions de fractures.

Le deuxième chapitre détaille notre nouvelle structure de données, spécialement développée pour transférer les informations nécessaires au simulateur d'écoulement. Cette structure a été adaptée à une nouvelle technique pour la discrétisation des milieux fracturés, cherchant le meilleur compromis entre performance et précision. Cette technique est enfin validée par comparaison avec une méthode de la littérature.

Le troisième chapitre est une étude bibliographique partielle des travaux existants pour le changement d'échelle. Les différentes méthodes y sont discutées et leurs avantages et inconvénients respectifs sont rappelés, ainsi que leurs limites d'application. Ces limites sont en particulier soulignées pour la méthode actuellement la plus utilisée dans l'industrie pétrolière. Il apparaît alors un besoin de méthodes précises et robustes, adaptées aux formations très hétérogènes.

Le quatrième chapitre présente notre méthode de changement d'échelle, couplée à une procédure de maillage non structurée à la géométrie très flexible. Des résultats d'application à des modèles fortement hétérogènes et des milieux fracturés y sont illustrés, et la précision de l'algorithme développé est ainsi démontrée.

Chapitre 1

Les modèles conceptuels pour l'écoulement dans les réservoirs fracturés : position du problème

Sommaire

1.1 Écoulements : de la fracture au réservoir fracturé 6
1.2 Caractérisation des réservoirs fracturés 11
1.3 Les modèles par continuum équivalent 17
1.4 Les modèles discrets 21
1.5 Les modèles hybrides 23
1.6 Approche hiérarchique 25
1.7 Bilan sur les différents modèles pour l'écoulement dans les réservoirs fracturés 26
1.8 Discussion du modèle à double continuum 27
1.9 Conclusion 30

Parmi les réservoirs hétérogènes, les formations fracturées présentent une problématique singulière dans toute la chaîne de modélisation, en particulier pour la création d'un modèle réservoir. Classiquement, pour des milieux hétérogènes, une grille est construite pour représenter la géométrie et les propriétés du milieu (étape de discrétisation), afin de servir de support calculatoire aux simulations d'écoulement. En suivant ce schéma pour les réservoirs fracturés, la création d'un maillage capable de représenter précisément le système de fractures constitue une première difficulté majeure. En effet, ces systèmes se caractérisent par un nombre important de fractures (jusqu'à des millions), avec des élongations très variables (de quelques centimètres à des centaines de mètre), et une connectivité complexe. Les méthodes de maillage actuelles échouent donc le plus souvent sur des modèles de réservoirs fracturés réels. Par ailleurs, ces réservoirs présentent un comportement original pour la circulation des fluides, qui nécessite le développement de modèles d'écoulement appropriés.

Le but de ces modèles conceptuels est de décrire les caractéristiques principales de la géologie et de l'hydrologie qui contrôlent l'écoulement et le transport au sein d'un milieu. Ils représentent

donc une interprétation et une schématisation utilisées comme base pour résoudre les équations d'écoulements de fluides. Ces équations sont alors résolues par des modèles numériques qui apportent, selon un modèle physique donné, une estimation quantitative du comportement du système à l'écoulement et au transport.

Dans une première partie, nous détaillerons l'objet géologique fracture, à travers ses propriétés géométriques et hydrodynamiques, seul, au sein d'un réseau, puis à l'échelle du réservoir, en insistant sur la problématique de la modélisation et la production de ces réservoirs. Dans un deuxième temps, les données de fracturation et les méthodes développées pour modéliser les réservoirs fracturés seront brièvement décrites pour définir les types de modèles statiques de réseaux de fractures existants. Enfin, les modèles conceptuels pour l'écoulement développés dans la littérature seront décrits et discutés (Sections 1.3 à 1.7). Plus précisément, les limites du modèle aujourd'hui le plus largement utilisé dans l'industrie pétrolière, l'idéalisation double continuum de Warren et Root (1963), seront analysées dans la dernière partie.

1.1 Écoulements : de la fracture au réservoir fracturé

1.1.1 Définition d'une fracture

Les fractures sont des discontinuités mécaniques non sédimentaires, organisées en familles, systèmes et réseaux, témoins de l'histoire tectonique des formations étudiées. Les fractures regroupent (1) les failles, discontinuités avec déplacement relatif des couches de part et d'autre du plan de faille (rejet), ou (2) les joints, discontinuités sans déplacement, comme les joints de stratification ou les joints tectoniques (diaclase). La fracturation est un phénomène très fréquent dans les formations géologiques et affecte tout type de roches : marnes, schistes, grès, roches métamorphiques, roches ignées, etc. Dans nos travaux, par fracture, nous entendrons systématiquement joint seulement. En effet, par juxtaposition de couches aux propriétés pétrophysiques différentes, présence d'une zone endommagée, effet de colmatage, etc., l'écoulement au niveau de failles requiert un traitement particulier, que nous n'aborderons pas dans cette thèse.

1.1.2 Géométrie d'une fracture

La géométrie d'une fracture peut être caractérisée par cinq paramètres (Nelson, 2001) :
- **Sa position** dans l'espace, donnée par la position de son centre de gravité.
- **Son orientation**, déterminée par son pendage (angle aigu entre le plan de fracture et le plan horizontal) et son azimut (angle entre le Nord et la ligne d'intersection du plan de fracture avec un plan horizontal).
- **Ses dimensions**, hauteur et longueur, très variables (centimétriques à hectométriques voire kilométriques).
- **Son ouverture**, souvent de l'ordre du millimètre, variable sur l'ensemble de la fracture. Les aspérités peuvent notamment être modélisées par un terme correctif dans la relation qui lie l'ouverture à la perméabilité. Il a également souvent été observé que ces variations d'ouverture créent des chenaux d'écoulement préférentiels dans la fracture. Toutefois, lors

de la modélisation hydrodynamique d'un réseau de fractures, cet effet est la plupart du temps négligé.

– **Son remplissage**, également très variable. On distingue généralement quatre types : (1) les fractures ouvertes (sans remplissage) caractérisées par une large perméabilité, agissant comme conduits à l'écoulement, (2) les fractures à parois polies ou striées dues à des frottements par glissement le long du plan de fracture (*slickensided*), caractérisées par une faible perméabilité dans la direction perpendiculaire au plan de fracture et parfois une large perméabilité dans la direction du plan de fracture, (3) les fractures remplies de fines particules (*gouge-filled*), principalement de l'argile, caractérisées par une perméabilité réduite, agissant comme barrières à l'écoulement, et (4) les fractures minéralisées caractérisées par une fermeture partielle ou totale et donc une très faible perméabilité, agissant comme barrières à l'écoulement ; par ailleurs, la minéralisation partielle peut empêcher la fermeture, sous l'effet de contraintes, des fractures perpendiculaires à la contrainte principale majeure. Le type de remplissage des fractures est important à déterminer car les fractures influenceront différemment dans l'espace et au cours du temps le comportement de l'écoulement. Alors que les fractures ouvertes offriront des conduits privilégiés pour l'écoulement, les fractures étanches auront tendance à créer une forte anisotropie et, quand elles sont bien interconnectées, produire une compartimentation du réservoir. Mais ces effets peuvent varier au cours du temps, des fractures initialement ouvertes auront tendance à se fermer sous l'effet des contraintes et donc à entraîner une diminution de la perméabilité et la porosité, au contraire de fractures partiellement minéralisées.

1.1.3 Les propriétés hydrodynamiques d'une fracture

L'estimation de la perméabilité d'une fracture est difficile. Différents auteurs (voir (Nelson, 2001)) se basent sur la théorie de l'écoulement entre deux plaques parallèles. Une formule a été dérivée de cette théorie pour relier la perméabilité à l'ouverture de fracture (Équation 1.1). Elle est communément utilisée aujourd'hui pour des écoulements d'huile et de gaz au sein de fractures.

$$k_f = \frac{e^2}{12} \cdot \frac{\rho g}{\mu} \tag{1.1}$$

avec k_f la perméabilité de fracture, e l'ouverture effective de la fracture, ρ la densité du fluide, g l'accélération due à la gravité, et μ la viscosité dynamique du fluide.

La perméabilité est également souvent estimée au niveau de puits de forage par des tests dynamiques.

La porosité de fracture, par définition, est le pourcentage de volume de vide pour une masse de roche donnée sur son volume total (Équation 1.2) (Nelson, 2001). Elle dépend donc directement du remplissage des fractures.

$$\phi_f = \frac{e}{D+e} \times 100 \tag{1.2}$$

avec ϕ_f la porosité de fracture, e l'ouverture effective moyenne des fractures, et D l'espacement moyen entre fractures.

Contrairement à celle de la matrice, au-delà d'un certain pourcentage de fractures appelé seuil de percolation, la porosité de fracture est fortement interconnectée, par conséquent une faible augmentation de la porosité aura un impact important sur la perméabilité. De même, matrice et fractures n'auront pas le même comportement en fonction de la pression puisque les fractures sont fortement compressibles (Figure 1.1). Ce comportement est très important à modéliser précisément car, pendant la période de production d'un réservoir, les conditions de pression varient au cours du temps, et affectent donc de façon importante la perméabilité du réservoir via la fermeture des fractures ouvertures.

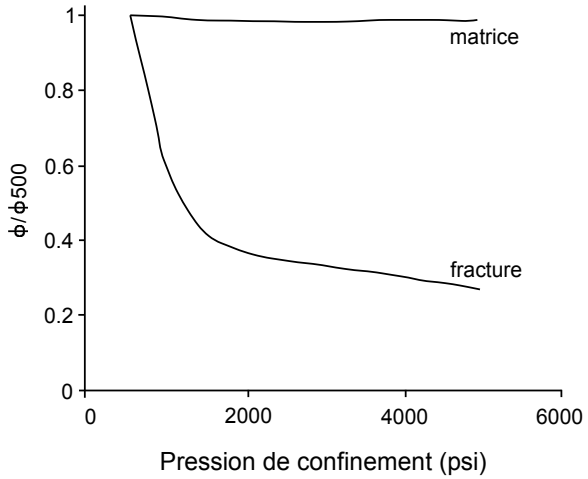


FIG. 1.1 – Porosités de fracture et de matrice normalisées en fonction de la pression hydrostatique, d'après Nelson (2001)

1.1.4 Les réseaux de fractures

Un réseau de fractures est un ensemble de fractures individuelles qui s'entrecoupent ou non. Ces réseaux sont souvent caractérisés par une distribution aléatoire des fractures de géométrie variée. L'hétérogénéité spatiale du réseau de fractures influence de façon prépondérante le comportement de l'écoulement dans le réservoir. Les paramètres décrivant un réseau sont : la densité de fractures, l'organisation spatiale (observation d'amas), l'existence de familles de fractures présentant des orientations similaires, l'organisation hiérarchique de ces familles, et l'espacement statistique entre deux fractures (Adler et Thovert, 1999). Un paramètre déterminant pour l'écoulement est également la connectivité du réseau, quantifiée comme le nombre moyen, par fracture, d'intersections avec les autres fractures.

1.1.5 Classification des réservoirs fracturés

Dans un réservoir, la présence de réseaux de fractures affecte considérablement l'écoulement, et de ce fait la production du réservoir, mais aussi le taux de récupération possible. Selon les caractéristiques conjuguées de la matrice et des fractures, il faudra donc adopter une approche adaptée au comportement du milieu. Nelson (2001) propose une classification des réservoirs fracturés en fonction de l'impact des fractures sur l'écoulement. Cette classification permet alors de déterminer les principaux paramètres à quantifier dans un réservoir particulier, et de prédire les différents types de problèmes de production susceptibles de se poser. Quatre types de réservoirs sont différenciés, avec des caractéristiques et un comportement à l'écoulement différents et donc des stratégies de production qui devront être adaptées en fonction du type de réservoir en présence (Figure 1.2). Les descriptions suivantes sont extraites de Nelson (2001).

1. **Type I**
   - *Description :* les fractures représentent l'essentiel des capacités de stockage et de la perméabilité du réservoir ($< 30\%$ des réservoirs en exploitation).
   - *Paramètres clefs :* il est alors primordial d'évaluer au plus tôt la porosité et le volume de fracture, à partir des données de puits, afin d'estimer les réserves facilement récupérables depuis chaque puits, et si les débits initialement forts seront maintenus au cours du temps. Pour de tels réservoirs, il sera donc décisif d'estimer précisément l'ouverture et l'espacement des fractures.
   - *Caractéristiques de production :* les zones de drainage par puits sont larges, mais difficiles à déterminer précisément. Peu de puits, judicieusement placés, sont nécessaires. Des roches autrement considérées comme de mauvais réservoirs peuvent devenir économiquement intéressantes.
   - *Effets indésirables :* rapide déclin de production, avec des apparitions précoces d'eau.
2. **Type II**
   - *Description :* la matrice représente l'essentiel des capacités de stockage et les fractures l'essentiel de la perméabilité du réservoir ($> 25\%$ des réservoirs en exploitation), ces réservoirs peuvent donc présenter une matrice à très faible perméabilité.
   - *Paramètres clefs :* dans ce contexte l'évaluation précoce de la porosité des fractures n'est plus aussi importante, d'autant moins que le volume poreux des fractures est négligeable comparé à celui de la matrice, qui possède l'essentiel des réserves. Au contraire, il est de première importance de comprendre les interactions matrice-fractures pour déterminer si la porosité de la matrice peut être drainée par le réseau de fractures.
   - *Caractéristiques de production :* les débits aux puits sont souvent plus importants que ceux anticipés, et la charge des hydrocarbures est souvent facilitée par les fractures.
   - *Effets indésirables :* faible récupération depuis la matrice et une récupération secondaire désastreuse si les fractures et la matrice communiquent peu. À nouveau des apparitions précoces d'eau pourront être observées, et les fractures peuvent se fermer dans le cas de réservoirs en surpression.
3. **Type III**
   - *Description :* les fractures améliorent la perméabilité du réservoir, dont la porosité et la perméabilité de la matrice en font déjà un réservoir économiquement intéressant (<

20% des réservoirs en exploitation). On observe souvent une perméabilité fortement anisotrope.
- *Paramètres clefs :* pour la même raison que dans les réservoirs de type II, il sera important de rapidement évaluer les échanges entre le réseau de fractures et la matrice.
- *Caractéristiques de production :* ce type se caractérise souvent par une distribution des réservoirs au sein de la matrice plutôt homogène, les débits aux puits pourront être maintenus forts, et le réservoir présente généralement une bonne continuité.
- *Effets indésirables :* la principale difficulté réside dans les récupérations secondaires, dont le comportement peut être inhabituel. De plus les corrélations entre les logs de puits ou les carottes et les tests dynamiques de puits sont souvent pauvres.

4. **Type IV**
   - *Description :* les fractures n'apportent pas une augmentation de la porosité ou de la perméabilité du réservoir, mais créent une anisotropie (barrières) ($> 10\%$ des réservoirs en exploitation).
   - *Paramètres clefs :* la géométrie du réseau sera donc le paramètre majeur à déterminer précisément, les propriétés hydrodynamiques ayant une importance moindre.
   - *Effets indésirables :* la compartimentation peut entraîner une grande variabilité des capacités de récupération sur tout le réservoir. Les taux de récupération aux puits peuvent apparaître inférieurs à ceux anticipés à partir des propriétés de la matrice.

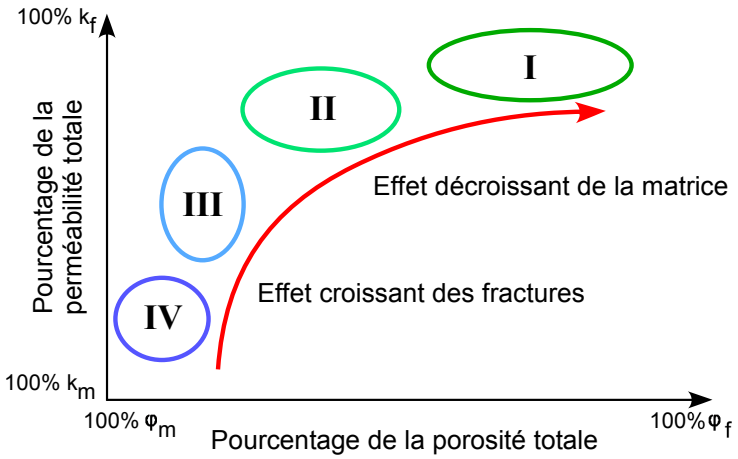


FIG. 1.2 – Graphe schématique du pourcentage de la perméabilité en fonction du pourcentage de la porosité pour les différents types de réservoirs fracturés, d'après Nelson (2001)

Contrairement à ce qui est souvent admis, la présence de fractures peut donc apporter un avantage pour une meilleure exploitation d'un réservoir de type I, II ou III, s'il a été possible de le caractériser et simuler de façon précise. Cependant, dans tous les cas, des effets indésirables dus aux fractures devront être anticipés pour une meilleure optimisation de la production. En particulier, une des problématiques majeures de production d'un réservoir pétrolier est son évolution de comportement au cours du temps. Il est nécessaire de trouver un bon équilibre entre une production optimale à court terme, favorisée le plus souvent par le drainage des fractures,

et une récupération à long terme, souvent problématique à cause des apparitions précoces d'eau aux puits producteurs dues aux fractures.

1.1.6 Bilan

Les fractures présentent des caractéristiques différentes de celles de la matrice qui font des réservoirs fracturés des systèmes qualifiés de double milieu. Les fractures vont souvent offrir un contraste de propriétés, en perméabilité et porosité, comparées à la matrice environnante, agissant comme des barrières ou des conduits à l'écoulement. Elles se caractérisent par des propriétés roche-fluides différentes de celles de la matrice. Elles présentent également une compressibilité nettement supérieure à celle de la matrice. Ceci crée une problématique majeure pour la production d'un réservoir, en affectant les propriétés des fractures qui varient au cours du temps. La présence de fractures au sein d'un réservoir rend donc son exploitation difficile, et représente souvent un défi économique. Bien exploitées, les caractéristiques de ces réservoirs peuvent mener à une meilleure production que celle estimée, mais il est toujours nécessaire de bien anticiper les effets négatifs dus aux fractures.

Sous le terme de réservoirs fracturés sont regroupés des milieux aux caractéristiques très variables, présentant un comportement différent à l'écoulement. Il apparaît donc primordial de bien définir le type de réservoir afin de mieux exploiter ses caractéristiques et son potentiel de production. La première difficulté est de caractériser précisément la géométrie et les propriétés des fractures, ce qui est rendu difficile par le peu de données de fractures disponibles dans un réservoir. Différentes techniques d'acquisition de données, décrites dans la section suivante, sont maintenant couramment utilisées conjointement pour évaluer les paramètres de fractures. De plus, elles sont souvent secondées par des méthodes indirectes de caractérisation.

1.2 Caractérisation des réservoirs fracturés

Les données de fracturation sont particulièrement délicates à relever sur un réservoir et à analyser. D'une part, parce que les fractures sont des éléments difficiles à détecter en subsurface, d'autre part, parce que ces données sont généralement biaisées. Lors de l'exploration, différents types de données sont donc rassemblés et confrontés pour évaluer les caractéristiques des fractures individuelles, leur localisation, orientation, pendage, ouverture, remplissage, ainsi que leur densité. On peut classer les données de fractures en deux grandes catégories : (1) les données directes mesurables sur le champ, et (2) les données indirectes par étude de l'histoire du réservoir. Nous nous appuyons ici sur la revue proposée dans Commitee on Fracture Characterization and Fluid Flow (1996).

1.2.1 Acquisition de données de fractures

Méthodes de subsurface

Les méthodes de subsurface produisent les données à la plus grande échelle, et ce sont les seules mesures disponibles en trois voire quatre dimensions. Elles sont principalement obtenues

par les campagnes sismiques, mais également par des mesures de tomographie sismique ou des mesures électriques. Parmi les données sismiques, on distingue :

- les ondes sismiques (attributs azimutaux AVO et NMO des ondes P, attributs azimutaux multicomposantes des ondes S), qui permettent de caractériser la densité et l'orientation des fractures. Toutefois, en raison de leur faible résolution (quelques mètres au mieux), elles permettent d'identifier uniquement les fractures de grande taille. De plus, elles sont sensibles au remplissage des fractures (présence de fluides), qui peut considérablement en affecter la réponse. Elles sont donc exploitables principalement comme indicateurs, à corréler avec les données de puits.
- les attributs sismiques qui mettent en valeur les discontinuités au sein des images sismiques (par exemple la cohérence). Des structures de coraux, sel, failles ou corridors de fractures pourront être ainsi détectées. Une amélioration est de détecter les discontinuités présentant une géométrie sub-planaire. Toutefois, ces attributs restent relativement peu fiables, et ne pourront être utilisés que comme indicateurs.
- les attributs dits structuraux, qui évaluent la courbure des horizons par la détermination de leur pendage et azimut, à partir de laquelle il est possible d'estimer les paramètres de fracturation (voir Section 1.2.2).

Méthodes de puits

Ces méthodes donnent accès à des données très localisées autour du puits. Elles sont donc plus précises que les données de surface, mais présentent néanmoins toujours un biais, principalement dû aux dommages causés lors du forage du puits ; en particulier les zones fracturées, de moindre résistance, seront d'autant plus abîmées. Les mesures aux puits donnent des informations sur la densité, l'orientation, le pendage, l'ouverture, le remplissage et la chronologie des fractures. Trois principaux types de données sont disponibles (Commitee on Fracture Characterization and Fluid Flow, 1996) :

- **Les données de carottes**, lentes et très chères à acquérir, représentent toutefois les mesures in situ les plus directes. Elles permettent principalement d'évaluer la densité et l'ouverture des fractures. Néanmoins, elles doivent nécessairement être reliées aux logs de puits, et ne sont pas sans inconvénients : (1) les carottes ne représentent qu'un échantillonnage très limité en volume (quelques centimètres de diamètre), (2) les échantillons peuvent être considérablement abîmés par le procédé de récupération (taux de récupération inversement proportionnel à la densité de fractures), mais surtout (3) dans quelle mesure sont-elles représentatives du volume rocheux encaissant ?
- **Les logs de puits** sont une technique d'investigation de petite à moyenne échelle (10 cm à 10 m) des propriétés de la roche adjacente au puits. Ils ont pour principaux avantages (1) d'offrir un profil régulier 1D le long du puits, (2) de mesurer les propriétés de la roche in situ, et (3) de constituer de multiples mesures indépendantes pour de multiples variables indépendantes. Seuls, ils n'offrent souvent qu'une indication de la présence de fractures, mais s'ils sont calés aux données de carottes, il devient possible d'extrapoler au reste du puits.
- **Les méthodes d'imagerie de puits** sont basées sur des techniques acoustiques ou élec-

triques, et offrent une profondeur d'investigation de quelques centimètres. Elles permettent notamment d'accéder au pendage et sont un indicateur de l'ouverture et du type de remplissage.

Méthodes dynamiques

Le but des méthodes dynamiques est de caractériser l'écoulement réel de fluides au sein des fractures. Deux sortes de tests dynamiques sont réalisés : (1) les tests hydrauliques par injection de fluide et mesure des variations de pression pour la détermination de la conductivité hydraulique, des capacités de stockage et de la compressibilité, et (2) les tests de traceurs par injection d'un soluté et mesures de l'évolution de sa concentration, dans le temps et l'espace, pour estimer la connectivité du réseau, les propriétés de transport et l'effet d'adsorption à la surface des fractures. L'analyse est effectuée en deux étapes, dans une procédure itérative : (1) le choix d'un modèle pour simuler l'écoulement et le transport, puis (2) la détermination des valeurs des paramètres du modèle de façon à ce que les résultats de simulation correspondent aux mesures (voir par exemple (Bogdanov et al., 2003; Casciano et al., 2004; Basquet et al., 2005; Lange et al., 2005)). Les paramètres du modèle sont édités en fonction des résultats obtenus jusqu'à ce qu'il y ait convergence entre le modèle et les mesures. À l'extrême, le modèle lui-même peut être remis en cause.

Bilan

Au vu de cette rapide revue des méthodes d'acquisition de données de fractures pour un réservoir, il apparaît que la caractérisation des réseaux de fractures, en propriétés tant géométriques qu'hydrauliques, est une tâche ardue. En effet, peu de données réellement 3D sont disponibles, et elles offrent une précision insuffisante pour déterminer correctement les propriétés des fractures individuelles. D'autre part, les mesures les plus directes sur carottes ou aux puits sont elles-mêmes toujours biaisées (dommages créés par le forage, directionnalité 1D). Toutes ces sources d'information doivent donc être analysées conjointement pour une bonne caractérisation 3D. L'acquisition de données de fractures exige alors non seulement un investissement en temps et en moyens important, mais aussi de disposer de techniques automatiques ou semi-automatiques pour combiner les différentes sources d'information. Les données de propriétés dynamiques nécessitent en outre le développement de modèles conceptuels d'écoulement que l'on doit calibrer aux mesures effectuées. Afin de compléter ces données éparses et/ou incomplètes et d'estimer les propriétés de fracture dans tout le volume de réservoir, des méthodes alternatives indirectes de caractérisation ont donc été développées dans la littérature.

1.2.2 Indicateurs structuraux

Les méthodes visant à déterminer les indicateurs structuraux reposent sur l'analyse de la structure générale du domaine, afin de prédire les tendances lors de la formation des fractures. Cette information, indirecte, est ensuite interprétée et calée aux données dures de fracturation

pour prédire les caractéristiques des réseaux de fractures. Deux grands types d'approche peuvent être distingués : (1) les approches géométriques, et (2) les approches mécaniques. Nous nous basons ici sur la revue proposée dans Macé (2006).

Approches géométriques

Parmi les approches géométriques, il existe les méthodes basées sur les courbures structurales, obtenues après analyse de la géométrie des horizons, et les méthodes basées sur la distance aux failles.

La première méthode se base sur l'intensité de la courbure des horizons pour estimer la déformation subie. Les avantages sont la simplicité et la rapidité de l'évaluation de la déformation. Les deux inconvénients majeurs sont (1) le caractère intrinsèquement surfacique de la méthode, les résultats ne peuvent être qu'extrapolés dans le volume du réservoir ; (2) les propriétés physiques des roches ne sont pas intégrées à l'analyse.

La deuxième méthode utilise la distance aux failles comme indicateur de la fracturation de petite échelle, avec une intensité plus importante au fur et à mesure que l'on s'approche d'une faille. La limite principale de cette technique est qu'elle ne peut évaluer que la fracturation liée à la présence d'une faille, c'est-à-dire que le système doit être faillé ; de plus l'influence d'une faille majeure sur la petite fracturation reste limitée dans l'espace (de l'ordre de 100 m).

Approches mécaniques

Les approches mécaniques tentent de prédire la déformation subie par le sous-sol. La première étape consiste à évaluer cette déformation, à partir de laquelle il sera possible, par des méthodes déterministes ou stochastiques, d'évaluer les paramètres de fracturation (densité, orientation, localisation). Deux types d'approche existent : (1) les méthodes par modélisation génétique, ou (2) les méthodes par modélisation inverse.

La première approche tente de reconstituer l'histoire des déformations d'un milieu, en reproduisant sur un modèle numérique les contraintes subies par le domaine d'étude. Ces techniques sont majoritairement limitées par la difficulté de mise en oeuvre (maillage évolutif, estimation des forces à appliquer en conditions aux limites).

La deuxième approche se base sur les caractéristiques actuelles de la structure du domaine et tente, par inversion des déformations subies, de reconstituer les paramètres mis en jeu pour créer les structures aujourd'hui observées. La méthode utilisée aujourd'hui est la restauration structurale. Toutefois, cette technique est difficile à mettre en oeuvre sur des problèmes 3D.

Dans ses travaux, Macé (2006) propose une méthodologie pour estimer un indicateur de densité et d'orientation des fractures, à partir d'un champ de contrainte estimé au sein du réservoir (obtenu directement par une approche génétique ou indirectement depuis l'état de déformation par une approche inverse), en appliquant des modèles de critères de rupture (par exemple Mohr-Coulomb, Griffith). Ces critères sont utilisés au sein d'une procédure stochastique afin de mieux prendre en compte les incertitudes sur les propriétés des roches, dont les paramètres

représentant le comportement de la roche à une déformation ductile (coefficients de Lamé) ou cassante (cohésion, angle de friction interne) sont décrits par des lois de probabilité. Ainsi, l'indicateur structural obtenu correspond à une probabilité de fracturation au sein du domaine d'étude.

Bilan

Par l'application de ces méthodes indirectes de caractérisation, il est alors possible de disposer d'une description des variations relatives des paramètres de fracture dans tout le domaine d'étude. Il faut toutefois garder à l'esprit que ces paramètres sont uniquement une représentation possible du réseau de fractures. Une étape, optionnelle, peut ensuite être effectuée pour modéliser numériquement les réseaux de fractures.

1.2.3 Modélisation de réseaux de fractures

Les méthodes de modélisation de réseaux de fractures sont le plus souvent des méthodes dites statiques, qui s'attachent à reproduire l'ensemble des caractéristiques qualitatives observées et des paramètres quantitatifs mesurés de la géométrie et des propriétés de fractures. Une première approche consiste à représenter les fractures indirectement par les paramètres moyens de densité, orientation, ouverture, espacement, ce sont des approches dites implicites. À l'opposé, des méthodes dites discrètes ont été développées pour représenter explicitement les fractures. La plupart de ces méthodes discrètes utilisent une représentation des fractures par des objets 3D ou le plus souvent 2D. Les avantages d'une telle approche sont la flexibilité de la représentation géométrique du réseau de fractures, et la précision des modèles générés. En particulier, l'hétérogénéité du réseau de fractures sera mieux modélisée par une approche discrète que par une approche implicite. Une approche discrète permet également un contrôle ciblé pour le calage d'historique de production. Toutefois, il est nécessaire de disposer de données très précises sur les fractures, en termes de géométrie, localisation et propriétés. En raison des limites de ces informations, ces modèles de fractures seront donc le plus souvent générés stochastiquement. Les travaux de discrétisation (Chapitre 2) présentés dans cette thèse utilisent une représentation de réseau de fractures discrètes (DFN pour *Discrete Fracture Network*), basée sur la technique développée par Macé (2006).

1.2.4 Bilan

Par le manque de données de fracturation et la difficulté de leur interprétation, la plupart des méthodologies pour constituer un modèle statique de réservoir fracturé sont stochastiques. Ceci implique (1) l'utilisation intense de méthodes de calage d'historique de production pour déterminer le modèle le plus probable, ce qui nécessite (2) des méthodes pour calculer rapidement les écoulements au sein de ces réservoirs, tout en (3) conservant une bonne précision des propriétés et de la géométrie du réseau de fractures, qui constituent les paramètres déterminants sur l'écoulement (connectivité des fractures, chemins préférentiels d'écoulement, compartimentation, etc.).

Quelle que soit l'approche utilisée pour caractériser le réseau de fractures au sein d'un réservoir, il est ensuite nécessaire d'intégrer ces résultats à un modèle d'écoulement. Les modèles par approche discrète ou hybride nécessiteront la création d'un réseau de fractures discrètes, tandis que les modèles par continuum équivalent reposeront sur une représentation implicite. Dans tous les cas, il est nécessaire de disposer de méthodes efficaces pour déterminer les paramètres équivalents de perméabilité et porosité pour la simulation d'écoulement.

Comme illustré sur la Figure 1.3, la formulation d'un modèle pour la simulation d'écoulement est un processus itératif. D'abord, un modèle conceptuel d'écoulement doit être développé pour décrire les caractéristiques principales du système. Ce modèle représente l'hypothèse faite sur les relations entre la géologie et le comportement dynamique du milieu. Ensuite, des étapes de collection des données et de constitution du modèle mettent à jour et affinent les approximations du modèle conceptuel. Celui-ci doit ensuite être calibré aux tests dynamiques de puits, sous différentes conditions, afin d'être accepté. Il faut également s'assurer que les données disponibles sont suffisantes pour que les paramètres du modèle soient fiables, et les incertitudes acceptables pour les applications envisagées. Dans les cas contraires, il sera nécessaire de compléter la base des données ou de reconsidérer le modèle conceptuel choisi. Le modèle d'écoulement doit enfin être calé à l'historique de production. Dans l'impossibilité d'un bon calage, il pourra également être nécessaire de choisir un autre modèle conceptuel. Les différents modèles conceptuels développés dans la littérature sont détaillés dans les trois sections suivantes.

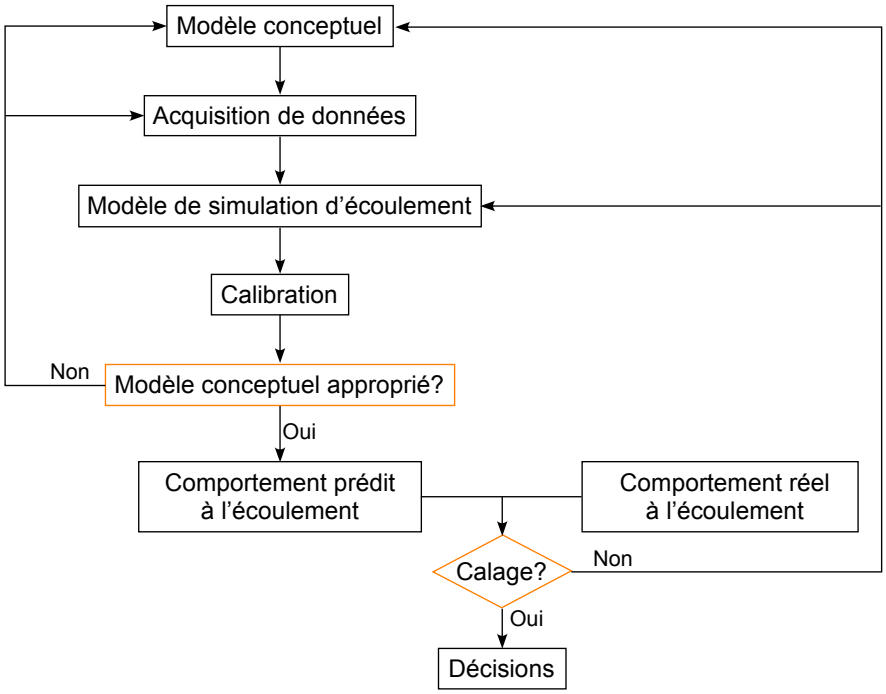


FIG. 1.3 – Boucle de modélisation numérique de l'écoulement dans un réservoir fracturé (modifié d'après Commitee on Fracture Characterization and Fluid Flow (1996))

1.3 Les modèles par continuum équivalent : une modélisation efficace des écoulements dans les réservoirs fracturés

Le principe de ces modèles est de représenter le milieu fracturé comme un milieu homogène décrit par des paramètres équivalents en chaque bloc de la grille. Cette approche repose donc directement sur le concept de volume élémentaire représentatif (VER), c'est-à-dire que la roche fracturée est supposée former un continuum au sens macroscopique. Parmi ces modèles, deux types existent : les modèles à simple continuum et les modèles à double continuum. Pour des revues récentes de ces modèles conceptuels, le lecteur se réfèrera à Berkowitz (2002) et Gilman (2005).

1.3.1 Le modèle simple continuum

Principe

L'idée de ce modèle est similaire à toute technique de changement d'échelle : le milieu fin hétérogène est représenté par un modèle grossier homogène (propriétés équivalentes constantes pour chaque bloc). Selon les cas, la perméabilité équivalente qui sera utilisée sera une perméabilité de fractures seules, ou une perméabilité représentant l'effet couplé des fractures et de la matrice sur l'écoulement. Ce modèle est encore appelé modèle à simple porosité.

Détermination des paramètres équivalents

Diverses méthodes peuvent être utilisées pour calculer la perméabilité équivalente d'un système fracturé. Nombre d'entre elles sont des méthodes analytiques, reposant sur une description statistique du milieu. Elles présentent l'avantage de n'avoir nul besoin d'une description précise du réseau de fractures, et sont rapides et simples à mettre en oeuvre.

Parmi les méthodes les plus couramment utilisées, la formule établie par Oda (1985) calcule la perméabilité équivalente d'un réseau de fractures (la matrice n'est pas prise en compte). Le principe repose sur une approche statistique pour décrire le comportement de l'écoulement dans le milieu fracturé. L'anisotropie de la perméabilité est reliée à la géométrie des fractures à travers un tenseur basé sur l'expression mathématique de Snow (1969). L'idée est que la perméabilité totale d'un système fracturé est la somme de la contribution de chaque fracture. Considérant N fractures dans un volume V, le tenseur 3D d'écoulement F à travers ce volume est défini par :

$$F_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{N} A_k T_k n_{ik} n_{jk} \tag{1.3}$$

où i, j sont les deux directions dans le plan de la fracture, A est l'aire de fracture, T la transmissibilité d'une fracture, et n_{ik} la composante i de la normale à la fracture k.

La transmissibilité est une caractéristique de la fracture et du système d'écoulement. Elle

s'exprime par :

$$T = \lambda \frac{\rho g t^3}{\mu} \tag{1.4}$$

avec λ une constante empirique reliant la transmissibilité de la fracture à sa perméabilité, t l'ouverture de la fracture, g l'accélération due à la gravité, ρ la densité du fluide, et μ sa viscosité dynamique. Pour des fractures idéalisées comme deux plaques parallèles, on aura $\lambda = 1/12$.

Enfin, le tenseur de perméabilité équivalente est estimé par la formule suivante :

$$k_{ij} = \lambda(F_{kk}\delta_{ij} - F_{ij}) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} F_{kk} = F_{11} + F_{22} + F_{33} \\ \delta_{ij} = 1 \text{ si } i = j \end{cases} \tag{1.5}$$

D'autres formules ont été proposées dans la littérature (voir par exemple (van Lingen et al., 2001)). Ces méthodes analytiques peuvent notamment être améliorées par des procédures de calibration. Pour estimer la perméabilité équivalente, Suzuki et al. (2005) utilisent une loi puissance, suivant l'idée que la différence entre la perméabilité mesurée par les tests dynamiques de puits et celle mesurée sur les carottes est due aux fractures. Les paramètres e^0 et α sont ensuite calibrés par comparaison aux mesures des tests dynamiques de puits.

$$\begin{cases} k_{eq}^j = k_m(\frac{e^j}{e^0})^\alpha & \text{si } e^j > e^0 \\ k_{eq}^j = k_m & \text{sinon} \end{cases} \tag{1.6}$$

avec k_{eq} la perméabilité équivalente, k_m la perméabilité de matrice, e la densité de fractures, e^0 un seuil de densité de fractures, α un exposant de calibration, et j la direction principale de la perméabilité.

Avantages et inconvénients

Par leur simplicité de modélisation, qui en fait des méthodes simples et efficaces, les modèles à simple porosité ne peuvent être utilisés pour tout type de milieu fracturé, dès lors que celui-ci se caractérise par un comportement de double milieu. Ils sont adaptés à des milieux dont le réseau de fractures est dense, les fractures relativement petites, et pour lesquels l'interaction entre les fractures et la matrice est suffisamment rapide pour établir un équilibre local (Lee et al., 2001; Nakashima et al., 2000; Bourbiaux et al., 2002).

Au contraire, ils ne seront pas applicables, sans d'importantes approximations, sur des milieux où : (1) les fractures introduisent une très forte anisotropie (directions principales du tenseur de perméabilité non alignées avec les axes de la grille), (2) le comportement de double milieu dû aux fractures s'observe, et/ou (3) des fractures majeures dominent l'écoulement (ces modèles tendent généralement à sous-estimer le temps d'apparition de l'eau aux puits producteurs). En outre, dans le cas où l'estimation de la perméabilité équivalente est basée sur une représentation statistique du réseau de fractures, l'approximation de la géométrie du réseau de fractures peut entraîner des résultats très éloignés du comportement du milieu réel.

1.3.2 Le modèle double continuum

Principe

Contrairement à l'approche précédente, le principe de ce modèle repose sur la représentation du comportement de double milieu caractéristique des réservoirs fracturés. Le domaine est vu comme deux milieux se chevauchant et interagissant. Le milieu hétérogène est donc décrit par deux ensembles de paramètres équivalents, l'un pour les fractures, l'autre pour la matrice. De plus, un terme additionnel, appelé facteur de forme ou *shape factor* en anglais, décrit les échanges entre les deux milieux. Le concept mathématique a d'abord été développé par Barenblatt et al. (1960), puis repris par Warren et Root (1963) pour l'industrie pétrolière, avec une représentation idéalisée du milieu fracturé. La matrice y est représentée par des blocs poreux parallélépipédiques et les fractures sont vues comme un réseau de surfaces planes perpendiculaires (Figure 1.4).

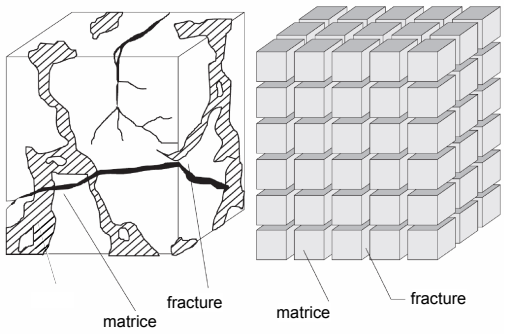


FIG. 1.4 – Idéalisation du milieu fracturé ((Ordonez et al., 2001) d'après Warren et Root (1963))

Il existe deux versions de ce modèle à double continuum. La première, le modèle double porosité, suppose que l'écoulement n'a lieu qu'au sein des fractures, la matrice agissant comme source pour le fluide (Équation 1.7). Au contraire, la deuxième version, le modèle double porosité/double perméabilité, considère que la matrice joue également un rôle dans la circulation des fluides (Équation 1.8). Le système est décrit par deux équations de conservation couplées, l'une est la conservation de la masse pour les fractures (indice f), l'autre pour la matrice (indice m). Un terme additionnel, $\pm\sigma k_{f/m}(p_{f/m} - p_{m/f})$, représente le transfert de masse entre la matrice et les fractures (σ représente le facteur de forme). Dans le cas du modèle à double porosité, aucun terme d'écoulement n'apparaît dans l'équation de bilan concernant la matrice (Équation 1.7), alors que ce terme est présent pour un modèle à double porosité/double perméabilité (Équation 1.8).

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} \nabla \cdot (k_f \nabla p_f) & - & \sigma k_f (p_f - p_m) & + & q_f & = & \phi_f \mu c_{tf} \frac{\partial p_f}{\partial t} \\ & & \sigma k_m (p_f - p_m) & + & q_m & = & \phi_m \mu c_{tm} \frac{\partial p_m}{\partial t} \end{array} \right. \tag{1.7}$$

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrcl} \nabla \cdot (k_f \nabla p_f) & - & \sigma k_f (p_f - p_m) & + & q_f & = & \phi_f \mu c_{tf} \frac{\partial p_f}{\partial t} \\ \nabla \cdot (k_m \nabla p_m) & + & \sigma k_m (p_f - p_m) & + & q_m & = & \phi_m \mu c_{tm} \frac{\partial p_m}{\partial t} \end{array} \right. \tag{1.8}$$

avec k la perméabilité, p la pression, q un terme source, ϕ la porosité, μ la viscosité dynamique du fluide, c_t la compressibilité totale (fluide et roche), et t le temps.

Détermination des paramètres équivalents

Différentes formules analytiques existent pour déterminer la perméabilité équivalente de fractures. La méthode sans doute encore aujourd'hui la plus largement employée est la formule proposée par Oda (1985) (voir plus haut pour le détail de la méthode).

De plus, dans ce type de modèle, le terme d'échanges σ entre les fractures et la matrice est particulièrement délicat à estimer. En effet, il ne correspond pas à un processus physique bien défini. De nombreuses formulations ont donc été proposées dans la littérature, évaluant ce facteur de forme en fonction de différents paramètres (voir par exemple (Lim et Aziz, 1995; Sabathier et al., 1998; Noetinger et al., 2001) et la discussion Section 1.8). Principalement, ce facteur dépend de la forme des blocs de matrice. Les formulations les plus connues sont sans doute celle de Warren et Root (1963) (Équation 1.9 en 3D) et celle de Kazemi et al. (1976) (Équation 1.10 en 3D).

$$\sigma = 20\Big(\frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} + \frac{1}{L_z}\Big) \tag{1.9}$$

$$\sigma = \alpha\Big(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2}\Big) \tag{1.10}$$

avec L_k la longueur des blocs de matrice dans la direction k, et $\alpha = 4$.

Avantages et inconvénients

Ce modèle est la formulation la plus efficace, plus précise que celle du modèle simple porosité, et plus rapide que celle des modèles discrets (voir ci-dessous). Des mécanismes complexes de récupération (déplétion en écoulements multiphasiques, drainage par gravité, récupération par imbibition, etc.) ont été modélisés avec succès. Cependant, comme pour les modèles à simple porosité, les paramètres équivalents sont difficiles à évaluer.

Il a été montré que ce modèle est adapté à des systèmes fracturés denses et bien interconnectés, avec une perméabilité de fractures élevée. Néanmoins, l'idéalisation de Warren et Root (1963), majoritairement employée, introduit une importante simplification du réseau de fractures, ce qui peut entraîner des approximations fortes sur les paramètres estimés. Par conséquent des approches reposant sur une représentation discrète du système de fractures ont été proposées dans la littérature.

1.4 Les modèles discrets : une modélisation précise des écoulements dans les milieux fracturés

Principe

Les modèles discrets se basent sur la description précise du réseau de fracture. Contrairement aux approches précédentes par continuum équivalent, ils nécessitent que les fractures soient explicitement modélisées. Avec le développement croissant des techniques de caractérisation, des modèles statiques de réseaux de fractures discrètes sont de plus en plus courants. La mise en place de ces modèles discrets requiert des outils pour générer des maillages autour des fractures (Figure 1.5 en 2D pour les fractures seules, Figure 1.6 en 3D pour les fractures et la matrice). Comme les éléments matrice et fracture sont explicitement représentés, les paramètres des équations d'écoulement ne sont plus moyennés sur un volume élémentaire représentatif, mais sont les perméabilités et porosités réelles des éléments.

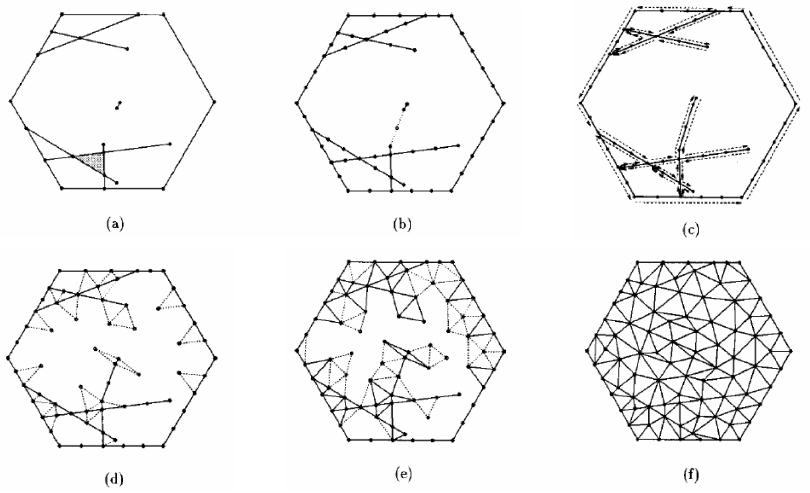


FIG. 1.5 – Étapes successives pour la triangulation d'une fracture : (a) géométrie initiale, avec lignes d'intersection et sous-domaines internes (ombrés) ; (b) segmentation des côtés et des lignes d'intersections ; (c) front initial ; étapes de la triangulation intermédiaires (d), (e) et finale (f) (Koudina et al., 1998)

Avantages

Cette formulation est par conséquent le modèle le plus précis pour la simulation d'écoulement sur système fracturé. En particulier, de tels modèles sont largement utilisés pour des études théoriques. Une étude intéressante est notamment menée par Matthäi et al. (2004). Les auteurs soulignent le manque d'études systématiques pour des écoulements multiphasiques sur des modèles réalistes de formations fracturées, et proposent une première analyse des hypothèses couramment faites pour ce type d'écoulement. Ils utilisent un maillage par volumes finis pour discrétiser un modèle de réseau de fractures discrètes. À partir d'une analyse de l'aire des fractures,

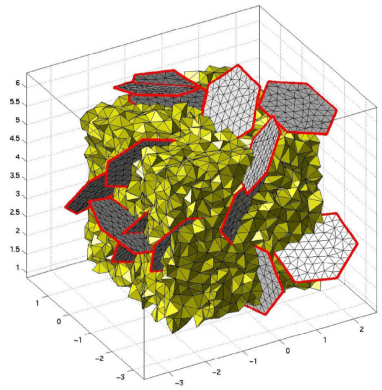


FIG. 1.6 – Discrétisation d'un modèle 3D de fractures discrètes (Adler et al., 2002)

de la perméabilité équivalente, et des spectres de vitesse des fluides, ils extraient une mobilité totale et des courbes de perméabilité relative. Les simulations d'écoulement sont effectuées en modes de drainage et d'imbibition, jusqu'à ce que le point de saturation irréductible soit atteint. Les principales observations sont résumées ci-dessous :

- Une distribution uniforme de la saturation est peu probable en système fracturé, et les modèles classiques de Brooks-Corey, van Genuchten ou Berg sont peu adaptés.
- Pour des rapports de mobilité supérieurs à 1, les fractures peu connectées influencent la formation de chenaux préférentiels d'écoulement, entraînant une dépendance du système aux événements d'écoulement passés.
- La mobilité totale est liée aux schémas de saturation et tend à être très faible pour des variations importantes de saturation.
- La mobilité totale dépend fortement des modes d'écoulement (drainage ou imbibition).
- Des perméabilités relatives équivalentes sont peu adaptées pour décrire le comportement physique puisqu'elles sont très sensibles à la saturation moyennée sur le volume du bloc.
- L'eau injectée dans des fractures connectées n'est pas bien redistribuée : seules quelques fractures conduiront le fluide et joueront un rôle dans le phénomène d'imbibition.

Les auteurs démontrent ainsi les limites des modèles trop simplifiés pour représenter le réseau de fractures, et qu'il est nécessaire de disposer d'une description précise, à l'échelle fine, du comportement du milieu suivant le type d'écoulement modélisé.

Inconvénients

Cependant, la limite majeure de ces approches par modèle discret réside dans la difficulté de construction d'un maillage fin autour du réseau de fractures. Cette tâche est actuellement toujours complexe, en particulier en trois dimensions, notamment parce que le maillage doit être conforme, c'est-à-dire que les éléments 2D constitutifs d'une fracture doivent coïncider avec une face d'un élément 3D du maillage de la matrice. De plus, la forme et la taille des éléments du maillage sont fortement contraintes par ce que les simulateurs d'écoulement peuvent traiter. À l'échelle d'un réservoir fortement fracturé, construire un maillage non structuré conforme, compatible avec les simulateurs d'écoulement, est impossible aujourd'hui. Des travaux cherchent

donc à s'affranchir au maximum des maillages non structurés classiques pour développer d'autres approches plus efficaces (voir notamment (Sarda et al., 2001; Karimi-Fard, 2004; Vitel, 2006)). Une discussion détaillée de cette problématique sera proposée au Chapitre 2. Une solution est de coupler les approches par continuum, qui pêchent par excès de simplification mais sont rapides, avec les modèles discrets, qui apportent une grande précision au prix d'une complexité de mise en oeuvre : ce sont les modèles hybrides.

Une deuxième difficulté demeure dans l'estimation des propriétés de perméabilité, porosité, ouverture, dimensions, etc., pour chaque fracture du système. Ces paramètres sont impossibles à acquérir par mesure directe et ne peuvent qu'être interprétés sur l'ensemble d'un réseau.

1.5 Les modèles hybrides : une modélisation plus performante des écoulements dans les réservoirs fracturés

Principe

Ces modèles proposent un compromis entre la rapidité des modèles par continuum équivalent et la précision des modèles discrets. Le principe est d'estimer les paramètres équivalents à partir d'une représentation discrète haute résolution du système fracturé. Une méthode comme celle proposée par Oda (1985) peut également être appliquée, en utilisant le réseau de fractures discrètes plutôt qu'une description idéalisée. Souvent, une simulation d'écoulement monophasique en régime permanent sur le modèle discret est effectuée pour déduire les paramètres à entrer dans le modèle par continuum équivalent. Cela revient donc exactement à une procédure de changement d'échelle. Il est possible de déterminer soit (1) un seul ensemble de porosité et perméabilité équivalentes pour les fractures seules ou les fractures et la matrice couplées, afin d'informer un modèle simple continuum, soit (2) une porosité et une perméabilité de fractures (par simulation d'écoulement sur le réseau de fractures seul), et une porosité et une perméabilité de matrice, pour informer un modèle double continuum. Parmi les travaux les plus récents, nombre d'entre eux présentent des modèles hybrides.

Modèles à simple porosité

Pour des modèles simple porosité, Lough et al. (1998) proposent une résolution par éléments frontières pour calculer l'effet conjoint de la matrice et des fractures sur l'écoulement et en déduire une perméabilité équivalente. Les limites des blocs et les surfaces de fracture sont représentées par des éléments rectangulaires, les segments et intersections de fractures sont représentés par des éléments linéaires. Les conditions aux limites des éléments de matrice sont périodiques, et une vitesse normale nulle est imposée pour les limites de fractures coïncidant avec celles du bloc. Almeida et al. (2002) suggèrent de procéder à une rastérisation des fractures, à l'intérieur de chacun des blocs de l'échelle grossière, en créant un maillage très fin. Les cellules traversées par une fracture auront une perméabilité élevée, dépendant de l'orientation de la fracture, les autres présenteront la perméabilité de la matrice. La perméabilité équivalente pour tout le système est ensuite déduite de la résolution de l'équation de pression sur ce modèle fin.

Modèles à double porosité

Pour des modèles double porosité, Bourbiaux et al. (1997) calculent un tenseur de perméabilité équivalente de fracture à partir d'écoulements monophasiques stationnaires sur un réseau de fractures discrètes, modélisé comme un réseau de conductances, sous conditions aux limites de pression constante/pas d'écoulement ou pression linéaire. En outre, ils estiment la taille des blocs à l'échelle grossière, pour chaque couche, par une approximation géométrique, en supposant que l'invasion de la matrice par le fluide répond à un processus de type piston. Dershowitz et al. (1998) utilisent un maillage par éléments finis pour discrétiser le réseau de fractures discrètes et calculent la perméabilité équivalente de fractures en effectuant une simulation d'écoulement monophasique en régime permanent sous conditions aux limites de pression constante/pas d'écoulement. Comme Bourbiaux et al. (1997), les auteurs proposent également une approche pour déterminer la taille des blocs. Pour cela une représentation du réseau de fractures est considérée à une échelle plus grande que celle des cellules de la grille utilisée. Des calculs de connectivité sont alors effectués au sein de ce réseau pour déterminer la probabilité d'une connexion hydraulique entre des cellules adjacentes en fonction de leur taille. Ainsi, la taille des cellules est choisie de façon à créer un milieu hétérogène avec une connectivité constante. Plusieurs techniques sont possibles pour déterminer le terme de transfert équivalent entre matrice et fractures. Par exemple, Karimi-Fard et al. (2006) estiment les transmissibilités matrice-fractures en résolvant l'équation pour un écoulement monophasique compressible. Ainsi les effets transitoires, qui caractérisent les mécanismes physiques au sein d'un volume de roche fracturée, sont intégrés dans l'estimation des échanges matrice-fractures. Ce problème est résolu localement pour chaque bloc de la grille de simulation, sous contraintes de flux nul aux frontières du bloc et d'un débit d'injection constant dans une fracture.

Avantages et inconvénients

Les méthodes généralement proposées utilisent des réseaux de fractures discrètes générés stochastiquement, en raison du peu de données disponibles. Il est donc nécessaire de favoriser la rapidité du calcul des paramètres équivalents. Générer un maillage discret et calculer les paramètres équivalents, même localement, prennent un temps considérable pour tout un réservoir. Cacas et al. (2001) suggèrent donc de ne procéder à ces calculs que pour un nombre limité de cellules considérées comme représentatives, selon des caractéristiques géométriques du réseau de fractures. Les résultats sont ensuite extrapolés sur l'ensemble du réservoir, suivant une analyse statistique.

À notre connaissance tous ces travaux, pour des modèles à simple ou à double continuum, reposent sur des méthodes de changement d'échelle locales (application de conditions aux limites des blocs de la grille d'écoulement). Or les valeurs des perméabilités équivalentes obtenues ainsi vont généralement dépendre du type de conditions appliqué. Ce phénomène observé pour tout type de réservoir hétérogène est d'autant plus prononcé pour les milieux fracturés que ceux-ci présentent de très grands contrastes de perméabilités et sont souvent fortement anisotropes. Une discussion sur les limites de ce changement d'échelle pour les réservoirs fracturés sera proposée Section 1.8. Les méthodes de changement d'échelle sur des milieux hétérogènes seront détaillées

au Chapitre 3.

Comme la revue des différents modèles conceptuels existants l'a montré, chaque approche présente ses avantages et inconvénients, qui les font choisir ou écarter suivant les caractéristiques du réseau de fractures, le type de réservoir à modéliser, le temps et les ressources de calcul disponibles. Afin d'améliorer encore les performances de la modélisation de l'écoulement au sein d'un réservoir fracturé, plusieurs auteurs adoptent une approche hiérarchique.

1.6 Approche hiérarchique : une modélisation globale des écoulements dans les réservoirs fracturés

Principe

Lee et al. (2001) et Bourbiaux et al. (2002) choisissent le modèle conceptuel à appliquer pour chaque bloc de la grille de simulation suivant le rapport entre l'extension moyenne des fractures (l_f) et les dimensions du bloc (l_b) (Figure 1.7). Bourbiaux et al. (2002) considèrent également comme critère, la densité du réseau de fracture, son degré de connectivité, et le comportement physique de l'écoulement.

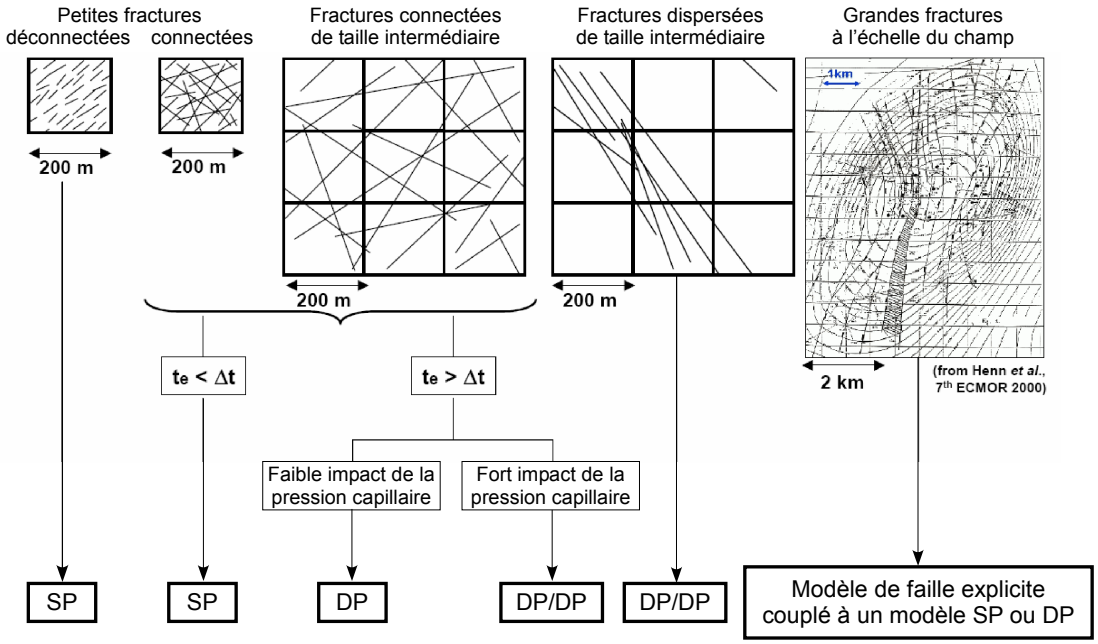


FIG. 1.7 – Méthodologie hiérarchique pour la simulation d'écoulement de réservoirs fracturés, d'après Bourbiaux et al. (2002)

1. **Petites fractures** ($l_f < l_b$) :
   (a) si les fractures sont peu connectées, ou si le réseau de fractures est bien connecté et les échanges entre la matrice et les fractures peuvent être considérés comme instantanés, les

auteurs opteront alors pour un modèle simple porosité, prenant en compte l'effet conjugué de la matrice et des fractures.
(b) si le réseau est bien connecté, mais que les échanges matrice-fractures ne peuvent être considérés comme instantanés, les auteurs recommandent alors l'utilisation d'un modèle à double continuum pour pouvoir reproduire la cinétique des transferts entre les deux milieux. Le choix entre double porosité et double porosité/double perméabilité dépend ensuite des caractéristiques de la matrice.

2. **Fractures de taille intermédiaire** ($l_f \approx l_b$) :
(a) le réseau de fractures présente une configuration similaire au cas 1(b) et est traité de la même façon.
(b) le réseau de fractures n'est pas bien connecté sur tout le réservoir, avec des zones non fracturées. En adoptant un modèle à double porosité/double perméabilité, il est possible de modéliser facilement l'écoulement dans la matrice seule, là où il n'y a pas de fractures. Dans cette configuration, les auteurs précisent également que, considérant l'importance des quelques fractures et leur impact sur l'apparition précoce d'eau aux puits producteurs, il est important de dériver les paramètres équivalents suivant une approche hybride, plutôt que de se baser sur l'idéalisation de Warren et Root (1963).
3. **Grandes fractures** ($l_b >> l_f$) : les fractures constituent des conduits d'écoulement majeurs nécessitant leur intégration explicite dans le modèle d'écoulement, de façon similaire aux failles.

Avantages et inconvénients

Il est maintenant communément reconnu qu'il est nécessaire d'adopter une approche hiérarchique pour traiter les différents types de fractures qui coexistent au sein d'un réservoir, de façon à optimiser le rapport de la précision sur l'efficacité. Cependant les critères de différenciation des fractures utilisés dans les travaux de Lee et al. (2001) et Bourbiaux et al. (2002), principalement basés sur le rapport entre la taille des fractures et la taille de la cellule de la grille de simulation, restent purement géométriques. Ces approches hiérarchiques gagneraient à mieux discriminer les fractures les plus conductrices et contribuant donc majoritairement à l'écoulement. Pour cela, les paramètres importants sont la perméabilité, la connectivité et le drainage des fractures par les puits.

1.7 Bilan sur les différents modèles pour l'écoulement dans les réservoirs fracturés

Samardzioska et Popov (2005) offrent une comparaison détaillée des trois modèles, simple continuum, double continuum et discret, pour des problèmes d'écoulement (loi de Darcy) et de transport (équation advection-dispersion), dans deux configurations du système de fractures. Leurs conclusions sont résumées ci-dessous.

– Le modèle simple continuum, le plus simple et le plus facile à utiliser, peut fournir des résultats précis dans des configurations particulières comme lorsque les fractures sont parallèles

à l'écoulement et que les échanges entre la matrice et les fractures est quasi instantané ; dans les autres cas il reste approximatif. L'inconvénient d'un tel modèle est qu'il ne permet pas de différencier les mécanismes d'écoulement et ceux de transport dans les fractures de ceux dans la matrice.
- Le modèle double continuum peut fournir des résultats relativement précis, notamment si le nombre de fractures est important et qu'elles présentent une géométrie répétitive et des caractéristiques similaires. Contrairement au modèle simple continuum, il permet d'étudier séparément les propriétés moyennes d'écoulement et de transport au sein de la matrice et des fractures. Comme démontré dans l'analyse de Samardzioska et Popov (2005), l'inconvénient de ce modèle est sa sensibilité, qui peut être importante, au terme d'échanges entre la matrice et les fractures. Plus ce terme est faible, plus la différence de pression entre la matrice et les fractures est grande, et plus le régime permanent est atteint rapidement.
- Le modèle discret fournit davantage de détails sur les mécanismes d'écoulement et de transport. Toutefois, il nécessite de disposer d'une description exacte de la géométrie du réseau de fractures et des propriétés de chaque fracture individuelle. De plus, la création d'un maillage est complexe, et les besoins en temps et mémoire pour un nombre important de fractures deviennent vite prohibitifs.

Dans cette étude, les trois modèles ont montré des résultats similaires pour les pressions et les concentrations en soluté dans la plupart des cas. Toutefois, les flux d'eau et de soluté présentent une moins bonne précision pour les deux modèles par continuum équivalent, en raison du mode de calcul des flux qui sont moyennés sur le volume plutôt que rapportés aux aires des sections perpendiculairement à l'écoulement. Pour un modèle à double continuum, il est possible d'améliorer les résultats en estimant plus précisément l'ouverture totale des fractures qui participent à l'écoulement le long d'une section donnée du modèle. Cependant, comme pour un modèle discret, cela nécessite de disposer alors de la géométrie exacte et des propriétés individuelles du système de fractures.

Le Tableau 1.1 récapitule les caractéristiques majeures, les avantages, inconvénients, et les domaines d'applicabilité des différents modèles conceptuels décrits précédemment.

Parce que les modèles par continuum équivalent sont les plus efficaces, mais pas assez précis pour des configurations variées, et que les modèles discrets sont très précis, mais inapplicables à l'échelle du réservoir, la tendance actuelle observée dans la littérature s'oriente vers les approches hybrides. Toutefois, ces approches hybrides reposent toutes actuellement sur un changement d'échelle local, et peuvent donc présenter des résultats biaisés. La section suivante discute les différentes sources d'erreurs rencontrées dans les modèles par double continuum, basés sur une idéalisation ou une représentation explicite des fractures.

1.8 Discussion du modèle à double continuum

Généralement, dans l'industrie pétrolière, les méthodes de changement d'échelle sur les réservoirs fracturés reposent sur le modèle conceptuel à double continuum de Warren et Root (1963).

	Modèles par continuum équivalent		**Modèles discrets**
	Simple continuum	**Double continuum**	
Simplicité	⊕⊕⊕	⊕⊕	⊖⊖
Précision	⊖	⊕	⊕⊕⊕
Efficacité	⊕	⊕⊕	⊖
Applicabilité	Petites fractures Forte densité	Moyennes fractures Forte densité Forte connectivité	Peu de fractures Données de géométrie et de propriétés des fractures
Limites	Forte anisotropie Effet double milieu Différenciation matrice/fractures	Forte anisotropie Idéalisation Facteur de forme	Maillage Échanges matrice-fractures en multiphasique Coûts calcul et mémoire

TAB. 1.1 – Synthèse des différents modèles conceptuels pour la simulation d'écoulement en milieu fracturé

Toutefois comme on l'a vu plus haut, des méthodes récentes proposent d'évaluer les perméabilités équivalentes par simulations monophasiques effectuées localement sur une représentation discrète du réseau de fractures (approche hybride).

Dans cette partie, nous discuterons d'abord des sources d'erreur majeures introduites dans les modèles à double continuum : la validité de l'hypothèse de l'existence d'un volume élémentaire représentatif (VER), et l'influence de la fonction de transfert entre matrice et fractures. Ensuite, les erreurs introduites d'une part par l'idéalisation du système de fractures, et d'autre part par les conditions aux limites arbitraires des méthodes de changement d'échelle locales utilisées pour déterminer les perméabilités équivalentes seront discutées.

1.8.1 Existe-t-il un volume élémentaire représentatif pour les milieux fracturés ?

La première limite des modèles par continuum équivalent est l'hypothèse implicite sur laquelle ils reposent : l'existence d'un volume élémentaire représentatif. Dans le cas de formations fracturées, cette existence est contestée par de nombreux auteurs (voir notamment (Berkowitz, 2002; Matthäi et al., 2004; Rijken, 2005)). En effet, les fractures se caractérisent souvent par une distribution fractale de leur extension. Or la taille d'un VER est contrainte par la taille des hétérogénéités (voir (Royer et al., 2002) pour une détermination précise de cette taille). C'est pourquoi il est généralement considéré que les modèles par continuum équivalent sont valables pour un réseau de fractures dense, fortement connecté, mais deviennent inappropriés pour des réseaux peu connectés et/ou dont les fractures ne présentent pas une taille caractéristique (Berkowitz, 2002). En particulier, de tels modèles ne pourront correctement modéliser les fractures majeures qui contrôlent l'écoulement.

1.8.2 Influence de la fonction de transfert matrice-fracture

Ce problème a généré un très grand nombre de travaux différents et de discussions. Fondamentalement, le facteur de forme (*shape factor*) dépend de la forme et des dimensions des blocs de matrice (Warren et Root, 1963; Kazemi et al., 1976) (Équations 1.9 et 1.10). Mais de nombreuses formulations ont été proposées pour modéliser des mécanismes d'écoulement plus complexes. Comme vu précédemment, le facteur de forme est couramment évalué avec la formule proposée par Kazemi et al. (1976). Toutefois, cette formule a par la suite été remise en question dans différents travaux. Coats (1989) dérive une formule explicite pour le facteur de forme, à partir de la solution en régime quasi permanent de l'équation de diffusion pour un écoulement monophasique. Il suggère que celui proposé par Kazemi et al. (1976) est sous-estimé d'un facteur de 2 et propose $\sigma = \frac{49.58}{L^2}$ pour un problème 3D, avec L la dimension des blocs de matrice. Lim et Aziz (1995) reprennent le problème posé par Coats (1989), mais en régime transitoire, et mettent ainsi en évidence que le facteur de forme n'est pas une constante mais dépend du temps. Toutefois, il atteint rapidement sa valeur asymptotique, et le paramètre α de l'Équation 1.10 vaut π^2. van Heel et Boerrigter (2006) soulignent quant à eux que la valeur du facteur de forme dépend de la géométrie du problème et des mécanismes physiques mis en jeu. Ils suggèrent donc de considérer le mécanisme dominant pour choisir la formule du facteur de forme, celle proposée par Kazemi et al. (1976) pour un mécanisme de convection (drainage gravitaire), et celles de Coats (1989) ou Lim et Aziz (1995) pour un processus de diffusion (imbibition).

Dans sa thèse, Rijken (2005) illustre l'effet non négligeable de la valeur du facteur de forme sur le taux de production. Comparant sur la Figure 1.8 trois facteurs allant de 0.01 et 0.001, elle montre que, pour le plus fort facteur, le débit de production quand la matrice commence à supporter l'écoulement est dix fois plus élevé et la déplétion commence environ dix fois plus tôt.

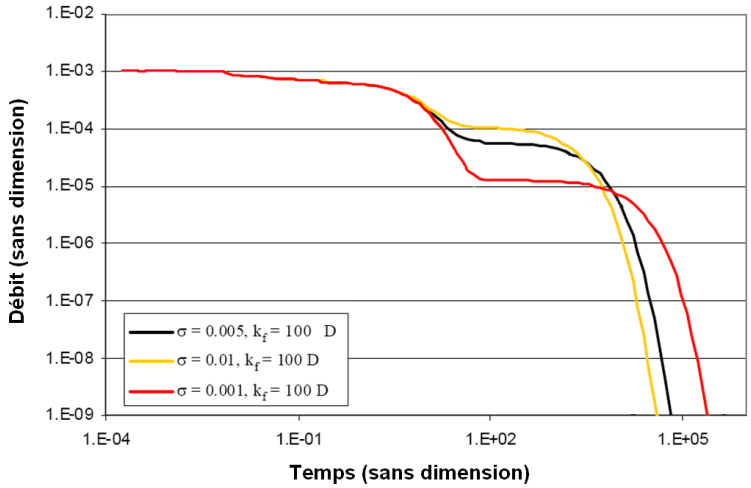


FIG. 1.8 – Effet de la valeur du facteur de forme sur le taux de production (modifié d'après (Rijken, 2005))

Il paraît donc impératif d'évaluer ce facteur de forme aussi précisément que possible, notamment en adoptant une approche hybride (Karimi-Fard et al., 2006). Toutefois les approches

proposées dans la littérature sont généralement basées sur un écoulement monophasique, ce qui peut conduire à d'importantes approximations de la fonction de transfert pour des écoulements multiphasiques.

1.8.3 Erreurs dues à l'idéalisation du réseau de fractures

La source majeure d'approximations dans les modèles par continuum équivalent provient de la simplification du réseau de fractures. Premièrement, comme le système réel de fractures n'est pas uniforme ni aligné avec les axes de la grille, le tenseur de perméabilité peut ne pas être honoré localement. Ensuite, l'idéalisation du réseau tend à altérer la connectivité réelle des fractures. Or, en raison de l'hétérogénéité et de la complexité des réservoirs fracturés, il est nécessaire d'intégrer des représentations discrètes de haute résolution du réseau de fractures. Ceci requiert en contrepartie le développement de techniques spécialisées efficaces (voir Chapitre 2).

1.8.4 Erreurs dues aux conditions aux limites locales pour le changement d'échelle

Comme pour les réservoirs hétérogènes, l'application de conditions aux limites arbitraires introduit des erreurs dans l'estimation des paramètres équivalents. En particulier pour les milieux fracturés, il apparaît que les valeurs des perméabilités calculées dépendent fortement des conditions aux limites choisies. Rijken (2005) démontre cet effet en utilisant un jeu de données caractérisé par deux orientations de fractures : l'une Nord-Sud, la seconde Est-Ouest (Figure 1.9 à gauche). Trois types de conditions aux limites sont appliqués pour effectuer le changement d'échelle : (1) débit constant imposant la direction d'écoulement, et pression constante sur les autres faces, (2) pression constante/pas d'écoulement, et (3) pseudo-périodique (Figure 1.9). Les types 1 et 3 déterminent les bornes des valeurs de perméabilité, qui varient d'un facteur de 100000 environ. Une distribution bi-modale est généralement observée pour le type 2, correspondant aux valeurs extrêmes des deux autres types de conditions. On peut noter cependant que pour les perméabilités Nord-Sud, les valeurs les plus élevées s'écartent de façon sensible de la borne supérieure des conditions pseudo-périodiques. Ceci s'explique par l'orientation des fractures qui est différente de la direction d'écoulement imposée par les conditions pression constante/pas d'écoulement.

1.9 Conclusion

Les réservoirs fracturés sont des milieux extrêmement complexes à modéliser de façon précise. Premièrement, les données de fractures sont des données souvent difficiles à prélever sur le champ, elles sont pour la plupart fortement biaisées, et il est nécessaire de faire un important travail d'analyse et de recoupement entre les différents types de données disponibles pour caractériser le plus correctement possible les fractures. En outre, ces données sont très localisées, au niveau des puits, et les seules données véritablement 3D disponibles, les données sismiques, n'apportent pas une résolution suffisante. Des méthodes indirectes de caractérisation, reposant sur des concepts plus ou moins mécaniques, ont donc été développées dans la littérature pour tenter d'obtenir une

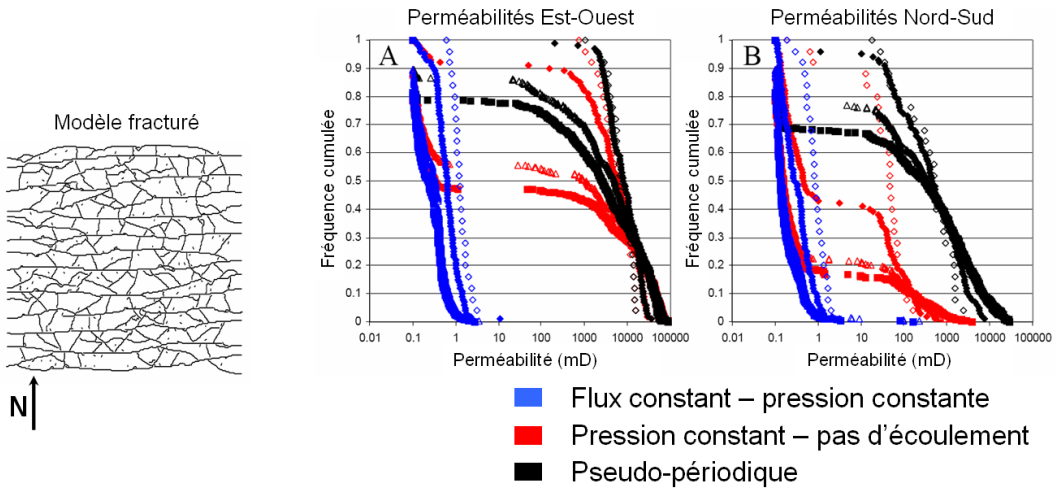


FIG. 1.9 – Effet du type de conditions aux limites sur les valeurs de perméabilité équivalente (modifié d'après (Rijken, 2005))

description des paramètres de fractures sur tout le réservoir. En raison des fortes incertitudes liées à ces modèles, cette description consiste généralement en des distributions stochastiques des densité, orientation et pendage des fractures. À partir de ces méthodes, il est possible de générer des réseaux de fractures discrètes, toujours par des algorithmes stochastiques. Parce que les modèles statiques des réservoirs fracturés sont générés stochastiquement, que les fractures constituent des hétérogénéités de quelques centimètres à des centaines de mètres, et que les fractures sont généralement en très grand nombre, ces modèles ne peuvent être directement utilisés pour réaliser des simulations d'écoulement. Des méthodes de mise à une échelle plus grossière, spécifiques de ces formations, ont donc été mises en place.

Il existe dans la littérature trois grands modèles conceptuels pour la simulation d'écoulement sur réservoirs fracturés : (1) le modèle simple continuum ou simple porosité, qui présente un ensemble de paramètres équivalents par bloc de grille pour décrire le comportement du milieu fin hétérogène, (2) les modèles double continuum, double porosité ou double porosité/double perméabilité, qui considèrent le milieu fracturé comme deux milieux se recouvrant et interagissant, et enfin (3) les modèles discrets qui représentent explicitement les fractures dans le modèle d'écoulement. Alors que le modèle simple continuum est le plus simple et le plus rapide, il entraîne le plus souvent une approximation importante. Les modèles double continuum sont les modèles les plus efficaces, permettant de modéliser des phénomènes physiques complexes avec précision. Toutefois, la détermination des paramètres équivalents (perméabilités de matrice, fractures et facteur de forme) constitue un point délicat qui peut mener à des résultats erronés. Enfin, les modèles discrets sont les plus précis, mais leurs contraintes de mise en place (génération de maillage 3D non structuré) les limitent principalement à l'estimation, de façon plus précise, des paramètres équivalents des modèles par continuum équivalent (approche hybride). En outre, ces modèles nécessitent une description très détaillée, en géométrie et en propriétés, du réseau de fractures.

Avant d'opter pour un modèle conceptuel, il est nécessaire d'analyser la géologie de la roche fracturée, de déterminer l'échelle d'intérêt, les buts pour lesquels le modèle est construit et le niveau de détails requis (écoulement ou transport). Il est également intéressant d'identifier les chemins au sein du réseau de fractures et les structures qui pourraient dominer l'écoulement, afin de les intégrer aussi précisément que possible dans le modèle d'écoulement (approche hiérarchique). Toutefois, il apparaît souvent que les modèles par continuum classiquement utilisés, reposant sur une idéalisation du milieu ou une description statistique des fractures, peuvent induire de trop grandes approximations. La tendance actuellement observée est donc à l'utilisation des approches hybrides, en appliquant des méthodes de changement d'échelle locales sur un modèle discret du réseau de fractures.

Toutefois, pour pouvoir appliquer ces méthodes hybrides, il est d'abord nécessaire de discrétiser précisément et efficacement une représentation détaillée du système de fractures. Cette problématique constitue le sujet du chapitre suivant (Chapitre 2). Nous y détaillons la méthode développée dans nos travaux, qui permet de représenter efficacement et précisément un milieu fracturé.

En outre, il est important d'estimer au mieux les paramètres équivalents à partir de ces modèles, afin d'informer des modèles par continuum équivalent. Cependant, par leur caractère très hétérogène et la forte anisotropie qui peut être induite par la présence des fractures, les milieux fracturés ne sont pas de bons candidats pour un changement d'échelle sous conditions aux limites locales. Ils nécessitent davantage des techniques de changement d'échelle globales, et/ou des méthodes de maillage adaptatives pour mieux capturer les chemins d'écoulement créés par les fractures (voir Chapitre 3). À notre connaissance cependant, aucune méthode de changement d'échelle autre que locale n'a été proposée sur des milieux fracturés. Le Chapitre 4 présente les travaux réalisés dans cette thèse pour adapter une approche globale de changement d'échelle, couplée à un maillage adaptatif, pour la construction de modèles double porosité/double perméabilité.

Chapitre 2

Discrétisation des réservoirs fracturés

Sommaire

2.1 Grille réservoir et discrétisation 34
2.2 Approches pour la représentation d'une grille réservoir 42
2.3 Méthodes de discrétisation des réservoirs fracturés : état de l'art . 44
2.4 Le *PipeNetwork* : une discrétisation conjointe de la matrice et des fractures discrètes 57
2.5 Validation du *PipeNetwork* par comparaison avec une discrétisation volumes finis 70
2.6 Conclusion 76

Avant de transmettre les données du sous-sol à tout simulateur d'écoulement, il est nécessaire de procéder à une discrétisation. Cette discrétisation s'effectue en deux étapes : (1) la discrétisation spatiale ou construction d'une grille réservoir, puis (2) la discrétisation des équations ou mise en forme des équations algébriques. La grille réservoir sert de support calculatoire au simulateur d'écoulement et l'informe en géométrie et propriétés du domaine à modéliser. Actuellement, les maillages utilisés pour la simulation d'écoulement sont généralement des grilles 3D structurées irrégulières (Figure 2.1a), et plus occasionnellement des grilles 2,5D non structurées, aussi appelées grilles extrudées (Figure 2.1b), ou 3D non structurées (Figure 2.1c), qui représentent explicitement les volumes de contrôle par des blocs. Une nouvelle génération de simulateurs d'écoulement accepte également en entrée un deuxième type de maillage, basé sur la représentation explicite des connectivités entre éléments de la grille.

Dans le cadre de la modélisation et de la simulation des réservoirs fracturés, une première étape importante et délicate est la discrétisation spatiale du domaine d'étude. En effet, la complexité de la géométrie de ces systèmes rend la tâche de construction de maillage intégrant des fractures difficile. Or il est important pour une bonne prédiction des capacités de production et une optimisation des stratégies d'exploitation de disposer d'un modèle aussi géométriquement précis que possible. Il est alors nécessaire de développer des techniques efficaces de discrétisation à partir de représentations haute résolution du milieu fracturé. En outre, le support de

discrétisation doit permettre de transférer les données directement à un simulateur d'écoulement.

Ce chapitre s'attache tout d'abord à rappeler comment sont effectuées la discrétisation spatiale et la discrétisation des équations, afin de définir les données strictement nécessaires à un simulateur d'écoulement. Il en résulte les deux grands types de représentation possibles pour une grille réservoir (par blocs ou connectivités). Après une introduction sur ces deux approches, et une discussion de leurs avantages et inconvénients respectifs, le cas spécifique des réservoirs fracturés est développé. Des méthodes pour la discrétisation des réservoirs fracturés proposées dans la littérature sont présentées et comparées. Enfin, une nouvelle approche est développée en détail dans cette thèse, et une comparaison avec une méthode de la littérature est proposée.

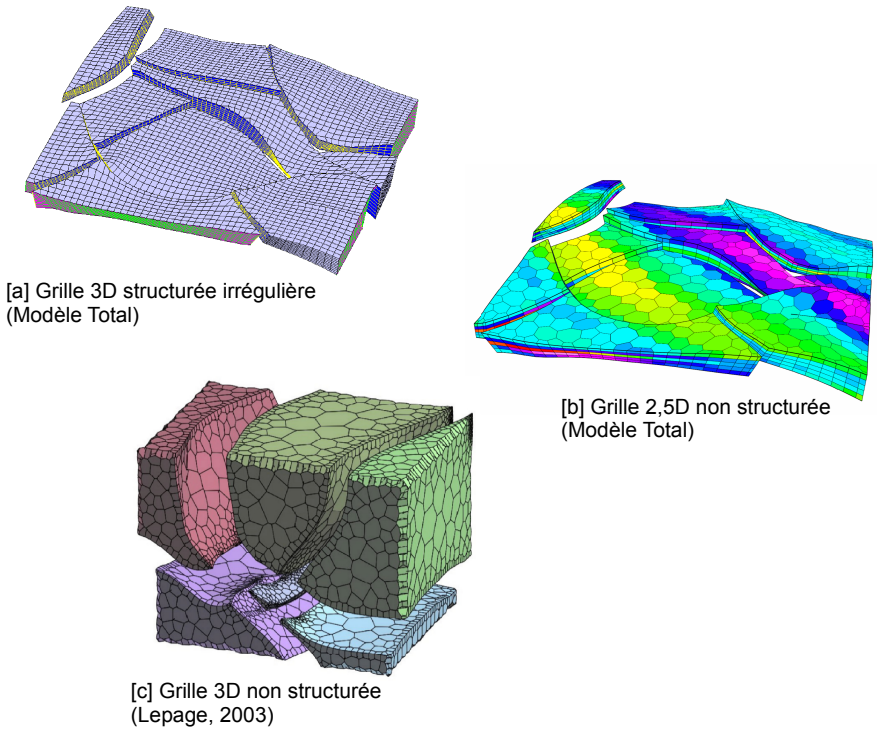


FIG. 2.1 – Les différents types de maillage pour la simulation d'écoulement

2.1 Grille réservoir et discrétisation

Une discrétisation efficace doit répondre aux trois points principaux suivants (Heinemann et Heinemann, 2003) :

- La solution discrète doit être une bonne approximation de la solution exacte.
- L'échantillonnage de la grille (nombre de cellules ou points) doit être aussi faible que possible.
- La structure de la matrice issue du système d'équations doit permettre d'obtenir la solution aussi rapidement que possible.

2.1.1 Discrétisation spatiale : définition d'une grille réservoir

Avant le passage au simulateur d'écoulement, il est nécessaire de créer une grille réservoir, représentant la discrétisation spatiale, à partir du modèle géologique. Elle est définie par la distribution de points dans l'espace, nommés points de grille ou *grid points*, et d'un volume de contrôle autour de chacun de ces points (voir (Heinemann et Heinemann, 2003)). En chaque point de grille sont définies les variables de pression, saturation, fractions molaires, représentant la moyenne sur tout le volume de contrôle. Ces deux composantes qui définissent une grille réservoir doivent être distinguées de celles constituant les éléments du maillage utilisé pour représenter le réservoir. Pour plus de clarté, nous distinguerons le maillage, composé de noeuds et de mailles, de la grille de simulation, composée de points et de volumes de contrôle ou blocs.

Deux principaux schémas existent pour définir une grille réservoir (Aziz et Settari, 1979) (Figure 2.2) :

- Grille par points distribués (*point-distributed grid*) : les points de la grille sont distribués sur les noeuds du maillage, puis les limites des volumes de contrôle sont définies comme le dual des segments liant deux noeuds.
- Grille centrée sur les blocs (*block-centered grid*) : les volumes de contrôle sont définis par les éléments du maillage (mailles) et les points de la grille sont ensuite situés au centre de ces volumes de contrôle.

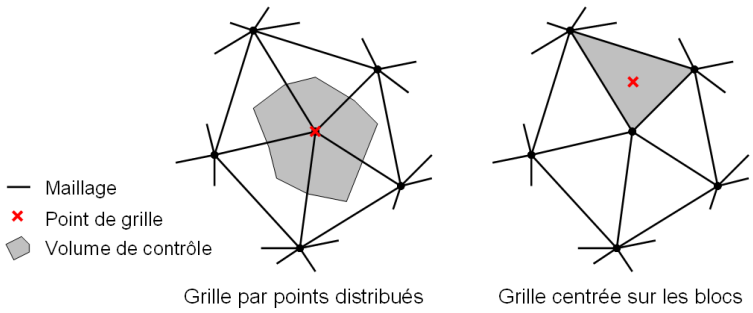


FIG. 2.2 – Définition d'une grille réservoir : par points distribués (gauche) ou centrée sur les blocs (droite)

Par ailleurs, il est possible de stocker les propriétés sur une grille selon deux modes : aux noeuds ou sur les mailles du maillage. Suivant le mode choisi, il est alors avantageux d'utiliser l'un ou l'autre des schémas pour la grille de simulation. En effet, comme l'illustre la Figure 2.3, pour un maillage où les propriétés sont stockées aux noeuds, il est plus approprié de travailler avec une grille par points distribués (Figure 2.3, droite). Les propriétés sont alors constantes au sein du volume de contrôle, ce qui n'est pas le cas pour une grille centrée sur les blocs (Figure 2.3, gauche). Par conséquent, il est parfois utile de définir la grille réservoir directement comme le maillage primal, ou de considérer le maillage dual suivant où les propriétés sont définies constantes (Prévost, 2003).

Il est à noter également que l'erreur introduite par la discrétisation du terme d'écoulement

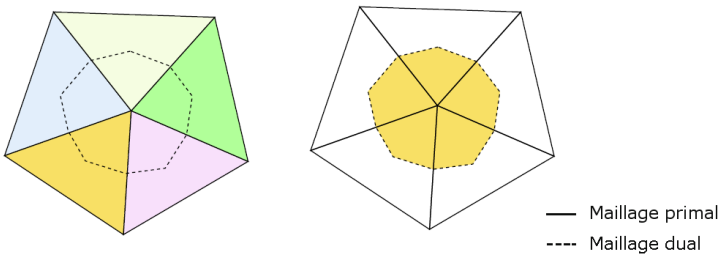


FIG. 2.3 – Approximations de la perméabilité définie aux noeuds du maillage pour un grille centrée sur les blocs (gauche) et une grille distribuée par points (droite) (Prévost, 2003)

(Équation 2.8) est plus grande pour une grille centrée sur les blocs que pour une grille par points distribués (Aziz et Settari, 1979).

2.1.2 Discrétisation des équations

Équations d'écoulement de fluides

L'équation décrivant l'écoulement de fluides en milieu poreux est formulée par combinaison des équations de conservation de la masse, de la loi de Darcy et d'équations d'état. Pour tout composant c, supposant qu'il n'y a ni diffusion, ni dispersion, ni aucune réaction chimique, la loi de conservation de la masse s'écrit (Équation 2.1) (voir notamment (Aziz et Settari, 1979; Heinemann et Heinemann, 2003)) :

$$-\nabla \cdot (\sum_{p=1}^{N_p} x_c^p \rho_p \mathbf{u_p}) = \frac{\partial}{\partial t}(\phi \sum_{p=1}^{N_p} x_c^p \rho_p S_p) + q_c \tag{2.1}$$

où, pour une phase donnée p, ρ_p est sa densité, $\mathbf{u_p}$ sa vitesse, S_p sa saturation, N_p le nombre de phases dans lesquelles le composant c circule, x_c^p la fraction massique du composant c dans la phase, ϕ la porosité du milieu, q_c un terme source, et $\nabla\cdot$ l'opérateur divergence. Le membre de gauche de l'Équation 2.1 correspond au terme d'écoulement, tandis que le membre de droite comprend le terme d'accumulation, plus un terme source (q_c).

D'autre part, la loi de Darcy lie la vitesse à la pression par la relation (Équation 2.2) :

$$\mathbf{u_p} = -\frac{k_{rp}\mathbf{k}}{\mu_p}(\nabla p_p + \rho_p g \nabla z) \tag{2.2}$$

où, pour une phase donnée p, k_{rp} est sa perméabilité relative, p_p sa pression, $\mathbf{k}$ la perméabilité du milieu, g la constante gravitationnelle, et z la coordonnée dans la direction verticale.

En rapprochant les deux équations 2.1 et 2.2, on obtient l'expression suivante (Équation 2.3) :

$$\nabla \cdot (\sum_{p=1}^{N_p} x_c^p \rho_p \lambda_p \mathbf{k} \nabla \Phi_p) = \frac{\partial}{\partial t}(\phi \sum_{p=1}^{N_p} x_c^p \rho_p S_p) + q_c \tag{2.3}$$

avec ∇ l'opérateur gradient, $\lambda_p = \frac{k_{rp}}{\mu_p}$ la mobilité de la phase p, et $\Phi_p = p_p + \rho_p g z$ son potentiel.

L'intégration de cette équation sur un volume de contrôle V et l'application du théorème de la divergence de Green-Ostrogradski donnent finalement l'équation suivante (Équation 2.4) :

$$\oint_A \Big(\sum_{p=1}^{N_p} x_c^p \rho_p \lambda_p \mathbf{k} \nabla \Phi_p\Big) \cdot \vec{n}\ dA = \int_V \big[\frac{\partial}{\partial t}(\phi \sum_{p=1}^{N_p} x_c^p \rho_p S_p)\big] dV \tag{2.4}$$

Cette équation est ensuite résolue sous contraintes : (1) la somme des saturations des différentes phases p mises en jeu vaut 1 (Équation 2.5), et (2) la somme des fractions des différents composants constituant la phase p vaut 1 (Équation 2.6).

$$\sum_{p=1}^{N_p} S_p = 1 \tag{2.5}$$

$$\sum_c x_c^p = 1 \tag{2.6}$$

Discrétisation du terme d'accumulation

Considérons un écoulement de fluides immiscibles incompressibles. L'accumulation de la phase p à l'intérieur d'un volume de contrôle V pendant l'intervalle de temps Δt peut être approximée par un schéma au premier ordre (Équation 2.7) :

$$\int_V \big[\frac{\partial}{\partial t}(\phi S_p)\big] dV = \frac{|V|}{\Delta t}\ \Big[(\phi S_p)^{t+\Delta t} - (\phi S_p)^t\Big] \tag{2.7}$$

où $|V|$ est le volume du volume de contrôle.

Discrétisation du terme d'écoulement

Considérons la Figure 2.4 pour un écoulement unidimensionnel de fluides immiscibles incompressibles ; la grille est centrée sur les blocs. Soit V_i le volume centré sur le noeud i. L'écoulement de la phase p au travers de la surface de V_i est la somme des flux au travers de chacune des N_f faces A_{ij} du volume de contrôle. Le terme d'écoulement peut être approximé par (Équation 2.8) :

$$\sum_{j=1}^{N_f} \oint_{A_{ij}} \Big(\lambda_p \mathbf{k} \nabla \Phi\Big)\ \vec{n}\ dA = \oint_{A_{i-1/2}} \Big(\lambda_p \mathbf{k} \frac{\partial \Phi_p}{\partial x}\Big)\ \vec{n}\ dA + \oint_{A_{i+1/2}} \Big(\lambda_p \mathbf{k} \frac{\partial \Phi_p}{\partial x}\Big)\ \vec{n}\ dA \tag{2.8}$$

Si les surfaces $A_{i\pm1/2}$ sont au milieu des segments $[i, i-1]$ et $[i, i+1]$, et qu'on utilise un

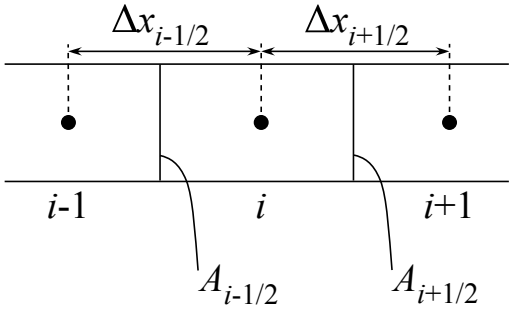


FIG. 2.4 – Schéma d'un système unidimensionnel

schéma centré de différences finies pour approximer le terme $\frac{\partial \Phi_p}{\partial x}$, alors il vient :

$$\sum_{j=1}^{N_f} \oint_{A_{ij}} \left(\lambda_p \mathbf{k} \nabla \Phi\right) \vec{n}\, dA = A_{i-1/2}\lambda_{p,i-1/2}k_{i-1/2}\frac{\Phi_{i-1}-\Phi_i}{\Delta x_{i-1/2}} + A_{i+1/2}\lambda_{p,i+1/2}k_{i+1/2}\frac{\Phi_{i+1}-\Phi_i}{\Delta x_{i+1/2}} \tag{2.9}$$

Comme souligné dans (Aziz et Settari, 1979), la difficulté est alors d'évaluer $k_{i\pm1/2}$. Généralement, la moyenne harmonique des perméabilités des deux blocs est utilisée :

$$k_{i+1/2} = \frac{k_i k_{i+1} \Delta x_{i+1/2}}{k_i(x_{i+1} - x_{i+1/2}) + k_{i+1}(x_{i+1/2} - x_i)}$$

Pour ce qui est des variables du fluide (λ_p, x_c^p et ρ_p), il a été montré que l'utilisation d'un schéma *upstream* convergeait vers la solution physique correcte pour un écoulement multiphasique (Heinemann et Heinemann, 2003). Ceci signifie par exemple que la perméabilité relative utilisée dans la mobilité sera évaluée en fonction de la saturation du bloc dominant :

$$\lambda_{i+1/2} = \begin{cases} \lambda_i & \text{si } \Phi_i > \Phi_{i+1} \\ \lambda_{i+1} & \text{si } \Phi_i \leq \Phi_{i+1} \end{cases}$$

2.1.3 Schémas d'approximation du flux

Pendant la résolution numérique des équations d'écoulement, le débit entre deux points de grille est calculé. En réalité, c'est la composante du flux orthogonale aux faces des volumes de contrôle qui est évaluée. On distingue deux schémas dans la littérature pour approximer le flux : (1) un schéma à deux points ou *two-point flux approximation* (*TPFA*), et (2) un schéma à plusieurs points ou *multipoint flux approximation* (*MPFA*). Les deux paramètres contrôlant le choix de l'un ou l'autre schéma sont le tenseur de perméabilité et le type de grille. La Figure 2.5 illustre le fonctionnement de ces deux schémas.

Approximation du flux à deux points

Dans le cas où les faces des cellules sont perpendiculaires à la direction d'écoulement, cette approximation est exacte. Par conséquent, elle sera valide pour des grilles orthogonales si le

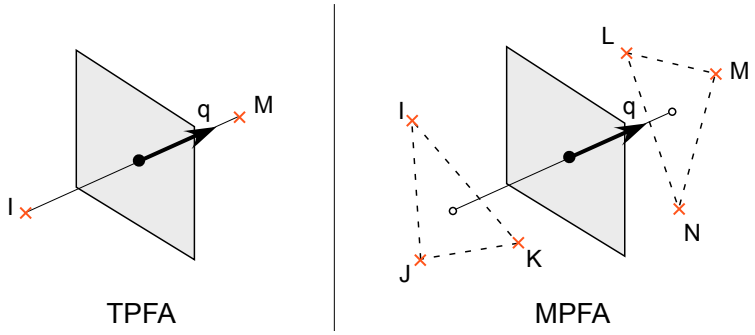


FIG. 2.5 – Approximations à deux ou plusieurs points, d'après Heinemann et Heinemann (2003)

tenseur de perméabilité est isotrope, et des grilles k-orthogonales si le tenseur de perméabilité est anisotrope. Pour ce faire, Heinemann et al. (1991) introduisit les grilles PEBI (*PErpendicular BIsection*). Cependant, la construction du maillage de la grille peut devenir impossible pour des directions d'anisotropie qui varient fortement. Les grilles basées sur les lignes de courant offrent également une discrétisation adaptée pour ce schéma, puisque les cellules sont définies de sorte que leurs faces soient perpendiculaires à la direction d'écoulement (Edwards et al., 1998). Toutefois, en milieu très hétérogène, avec de forts contrastes de perméabilité, le tracé des lignes de courant peut devenir trop complexe.

Pour un écoulement monophasique incompressible, le flux q au travers d'une face A d'un volume de contrôle (Figure 2.5 gauche) s'écrira, selon un schéma à deux points :

$$q_{IM} = T_{IM}(p_M - p_I)$$

avec T la transmissibilité exprimée comme (Figure 2.4) :

$$T_{i\pm1/2} = \frac{k_{i\pm1/2}A_{i\pm1/2}}{\Delta x_{i\pm1/2}}$$

On parle ici de la partie géométrique de la transmissibilité. Plus généralement, la transmissibilité dépend aussi des propriétés du fluide. En introduisant la transmissibilité totale Υ_{ij} dans l'Équation 2.9, il vient (Équation 2.10) :

$$\sum_{j=1}^{N_f} \oint_{A_{ij}} \left(\lambda_p \mathbf{k}\nabla\Phi\right) \vec{n}\, dA = \Upsilon_{i+1/2}(\Phi_{i+1} - \Phi_i) + \Upsilon_{i-1/2}(\Phi_{i-1} - \Phi_i) \tag{2.10}$$

avec $\Upsilon_{i\pm1/2} = \lambda_{p,i\pm1/2} T_{i\pm1/2}$.

Approximation du flux à plusieurs points

Quand la grille ne peut être alignée avec le tenseur de perméabilité, il devient alors nécessaire d'adopter un schéma à plusieurs points. Une littérature très abondante sur la détermination de schéma *MPFA* est disponible. Ici, nous nous concentrerons uniquement sur le principe général et les problèmes rencontrés. Parmi les premiers travaux sur la dérivation des coefficients de

transmissibilité selon un schéma *MPFA*, on trouve (Aavatsmark et al., 1998) pour des grilles polygonales 2D et (Verma et Aziz, 1997) pour des grilles polygonales 3D.

Pour un écoulement monophasique incompressible, le flux au travers de la surface A_i d'un volume de contrôle, s'écrit comme la combinaison des pressions de plusieurs cellules voisines appartenant au domaine influent Γ, pondérées par les coefficients de transmissibilité :

$$q_i = \sum_{j \in \Gamma} t_{ij} p_j$$

avec $\sum_{j \in \Gamma} t_{ij} = 0$

Pour le cas isotrope, une formule analytique peut être dérivée pour estimer ces coefficients, sous l'hypothèse que les gradients de pression ∇p_j sont constants. Dans le cas général de milieu hétérogène et pour tout type de géométrie de grille, aucune expression simple ne peut être dérivée. Le problème revient à résoudre un système d'équations, en écrivant les relations de continuité de flux et de pression sur chaque interface. Considérons la Figure 2.6, les coefficients de transmissibilité sont estimés en introduisant une pression linéaire dans chaque région associée au noeud i et en forçant la continuité des pressions aux points a, b, c et celle des flux au travers des segments $\mathcal{E}_a, \mathcal{E}_b, \mathcal{E}_c$.

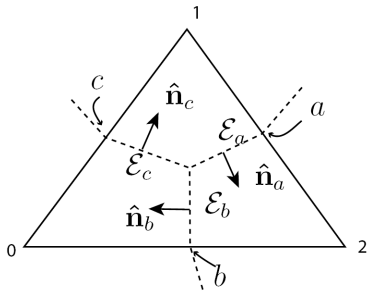


FIG. 2.6 – Schéma pour le calcul des coefficients de transmissibilité selon un schéma *MPFA* (Prévost, 2003)

Cependant cette formulation pose plusieurs problèmes. D'une part, les potentiels aux points de grille sont linéairement interpolés pour un triangle, ce qui introduit une approximation puisque les potentiels ne varient pas linéairement dans l'espace (Heinemann et Heinemann, 2003). D'autre part, pendant la résolution, il est nécessaire de déterminer le point de grille voisin dans le sens du courant (*upstream*), ce qui n'est pas évident pour ce schéma.

La difficulté majeure réside dans les problèmes de non-monotonie de la solution, qui peut conduire à des oscillations non physiques allant à l'encontre du principe du maximum discret (Figure 2.7). Une condition suffisante, bien que non nécessaire, souvent utilisée dans la littérature pour assurer une solution monotone, est que l'inverse de la matrice $\mathbf{A}$ du système linéaire $\mathbf{Ap} = \mathbf{b}$ satisfasse l'inégalité de monotonie (Équation 2.11), c'est-à-dire que tous les termes de $\mathbf{A}^{-1}$ soient positifs :

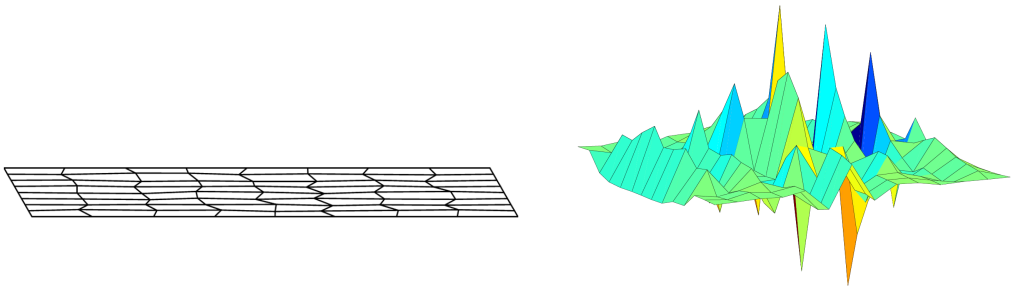
$$\mathbf{A}^{-1} \geqslant \mathbf{0} \tag{2.11}$$

Une condition suffisante pour garantir l'Équation 2.11 est que $\mathbf{A}$ soit une M-matrice, c'est-à-dire qu'elle soit irréductible et que ses coefficients $a_{i,j}$ satisfassent les conditions suivantes :

$$a_{i,i} > 0 \quad \forall i,$$

$$a_{i,j} \leqslant 0 \quad \forall i, j, \ i \neq j,$$

$$\sum_j a_{i,j} \geqslant 0 \quad \forall i$$



(a) Grille parallélépipédique perturbée (angle 30°) (b) Solution de la pression

FIG. 2.7 – Solution non physique de la pression pour une grille parallélépipédique perturbée en utilisant un schéma *MPFA* O(0), d'après Aavatsmark et al. (2006)

Nordbotten et Aavatsmark (2005) développent les critères nécessaires au caractère monotone des matrices générales (non M-matrices) pour un schéma *MPFA* en milieu hétérogène sur grilles parallélépipédiques structurées.

Vu la complexité de l'évaluation des coefficients de transmissibilité en schéma *MPFA* et les problèmes associés, l'approximation à deux points est préférable dès lors que l'on se trouve dans une situation où elle est valide. Pour cela, de nombreux travaux ont été réalisés afin de créer un maillage adapté. Mais ces maillages sont complexes à générer, notamment dans des configurations très anisotropes. Malgré les approximations entraînées par ce type de schéma à deux points pour des grilles non alignées avec les perméabilités, la plupart des simulateurs d'écoulement l'utilisent actuellement pour calculer les transmissibilités. Dans ce cas, une erreur d'ordre $\circ(1)$ est introduite. Si le tenseur de perméabilité est anisotrope, alors soit les termes non diagonaux sont simplement ignorés, soit, mais de façon plus rare, des calculs sont effectués pour déterminer les valeurs des directions principales du tenseur de perméabilité dans le repère de la grille.

2.1.4 Paramètres nécessaires aux calculs de simulation d'écoulement

En conclusion de l'étude précédente, il apparaît que les données nécessaires pour réaliser une simulation d'écoulement sont de quatre types :

- Les données intrinsèques des fluides telles que la densité des phases, ou la fraction massique des composants dans chaque phase.
- Les données intrinsèques du milieu telles que la porosité.
- Les données géométriques de la grille telles que le volume des volumes de contrôle.
- La topologie de la grille, c'est-à-dire les relations de voisinage entre volumes de contrôle.

L'étape de discrétisation détaillée ci-dessus consiste fondamentalement à approximer les équations d'écoulement aux dérivées partielles par des équations de différences finies. Lors de cette discrétisation, il est nécessaire d'évaluer les coefficients de transmissibilité entre deux volumes de contrôle voisins. Ce sont ces transmissibilités qui entrent ensuite dans la construction du système d'équations d'écoulement. Pour des cellules de la grille topologiquement adjacentes, les transmissibilités peuvent être calculées dans le simulateur d'écoulement. Pour des cellules contiguës à des failles toutefois (aussi appelées connexions de non-voisinage), il faut avoir déterminé au préalable leurs relations de juxtaposition pour estimer les transmissibilités. Ce calcul doit donc être effectué dès le géomodeleur, où la géométrie du problème est connue.

Calculer les transmissibilités dans le géomodeleur permet de réduire la quantité de données à transmettre au simulateur d'écoulement. En effet, il n'est alors plus nécessaire pour le simulateur d'écoulement de connaître les perméabilités ni la géométrie exacte des volumes de contrôle (aires des faces et distance entre les points de grille). Les échanges avec le simulateur d'écoulement s'en trouvent par conséquent allégés. Le couplage entre les deux logiciels, le plus souvent indépendants, est donc très étroit et gagne à être bien articulé par une structure de données dédiée à ce transfert.

2.2 Approches pour la représentation d'une grille réservoir

Deux approches pour représenter le maillage d'une grille ont été développées (Lim et al., 1994) : (1) l'une basée sur la représentation des volumes de contrôle par des blocs, (2) la seconde basée sur la représentation des connexions entre les volumes de contrôle.

2.2.1 Approche basée sur les blocs

Cette première approche est celle conventionnellement utilisée en ingénierie de réservoir. Les mailles définissent des cellules ou blocs correspondant aux volumes de contrôle de la grille de simulation (Figure 2.8). Comme on l'a vu précédemment, les propriétés décrivant la géologie sous-jacente peuvent être stockées soit aux noeuds du maillage, soit au niveau des blocs. La connexion entre deux blocs est alors représentée par une face commune. Ces blocs modélisent généralement des volumes de roches ou des trous de forage.

2.2.2 Approche basée sur les connectivités

Cette seconde approche est basée sur la représentation des connexions entre les volumes de contrôle. Chacun de ces volumes est un noeud du maillage connecté à ces voisins par des segments (Figure 2.9). Ces noeuds portent les informations nécessaires aux calculs de simulation

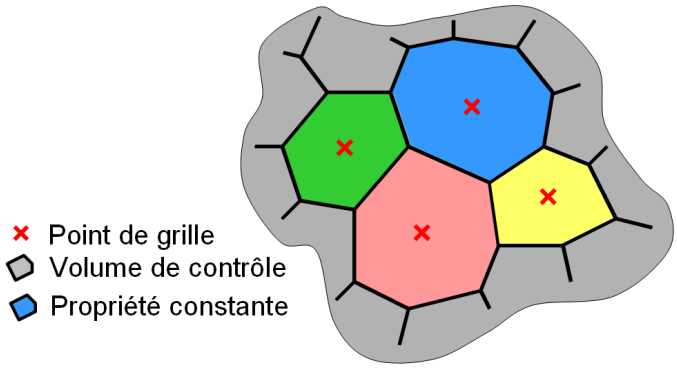


FIG. 2.8 – Représentation d'une grille réservoir par une approche basée blocs. Les propriétés sont stockées aux niveau des mailles ou blocs.

d'écoulement, comme la porosité, la pression, la saturation. La principale caractéristique de cette approche est la représentation explicite des échanges entre volumes de contrôle ; dans le cas de simulations d'écoulement, cela correspond au flux. Une fois les volumes et transmissibilités calculés, il n'est plus nécessaire de stocker la géométrie exacte des volumes de contrôle. Seuls la position de leur centre, leur volume, la porosité, et les transmissibilités peuvent être conservés. Cette approche correspond donc exactement à la représentation implicite d'une grille au sein du simulateur d'écoulement. Par conséquent, ce type de modèle est parfaitement adapté au stockage et au transfert vers le simulateur d'écoulement, en ne conservant que les données strictement nécessaires.

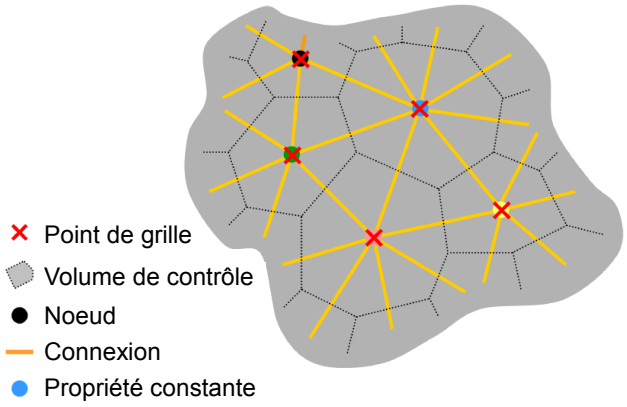


FIG. 2.9 – Représentation d'une grille réservoir par une approche basée connectivités. Les propriétés sont stockées aux niveau des noeuds.

2.2.3 Avantages de l'approche basée sur les connectivités

La représentation explicite des connexions entre volumes de contrôle apporte plusieurs avantages. Premièrement, elle offre une plus grande flexibilité permettant de représenter divers types de structures, comme des volumes de roche, des puits, des fractures ou encore des installations de

surface. Ces dernières structures deviennent considérablement plus complexes à représenter avec une approche par blocs. De plus, une telle représentation est directement adaptée au changement d'échelle en transmissibilité, dont il a été prouvé qu'il est souvent plus précis que le changement d'échelle en perméabilité (Durlofsky, 2005) (voir Chapitre 3, Section 3.3.3).

Lim et al. (1994) et Nogaret (1996) soulignent également l'avantage d'adopter une telle représentation pour le transfert vers un simulateur d'écoulement. En particulier, un modèle basé sur une liste de connectivités présente plusieurs avantages :

- il offre un support simple et adapté à l'agencement de la matrice Jacobienne du système d'équations d'écoulement ;
- chaque connexion est définie par seulement deux noeuds, qui peuvent être des points de grille, des puits ou des installations de surface, alors qu'un bloc de grille peut avoir un nombre variable de voisins selon la géométrie de la grille (cas d'une représentation par blocs) ;
- les flux potentiellement redondants sont automatiquement éliminés ;
- des conditions aux limites de type pas d'écoulement sont simplement traitées par l'absence de connexion ;
- le traitement d'un modèle double porosité ou la présence de connexions entre éléments non voisins sont directement pris en compte sans besoin d'algorithmes spécifiques supplémentaires.

Il est donc intéressant de créer ce type de grille au sein même du géomodeleur, et non plus seulement dans le simulateur d'écoulement. En effet, à cette étape, toutes les informations nécessaires à la construction de la grille et au calcul des propriétés sont encore connues. Au contraire, la géométrie de la grille n'est plus aussi bien définie dans le simulateur d'écoulement, et est souvent simplifiée. En travaillant sur un même support de discrétisation dans les deux logiciels, cela permet également un meilleur contrôle des résultats de simulation, et une meilleure efficacité pour les études de calage d'historique de production.

Enfin, si la représentation par connectivités reste moins utilisée aujourd'hui que la représentation par blocs, au niveau du géomodeleur, c'est principalement pour sa difficulté de visualisation, qui rend le contrôle qualité de la grille construite pénible voire impossible. Cependant, avec l'émergence de nouvelles techniques de visualisation sur grille non structurées (voir par exemple (Buatois et al., 2006)), cette principale limite devrait être considérablement atténuée.

2.3 Méthodes de discrétisation des réservoirs fracturés : état de l'art

En raison de leurs caractéristiques, les réservoirs fracturés nécessitent le développement de méthodes spécifiques pour leur discrétisation. Ces méthodes doivent notamment répondre aux exigences suivantes (voir Chapitre 1) :

1. Haute résolution :
   - parce que la géométrie, la connectivité, et les propriétés hydrodynamiques des fractures sont des paramètres déterminants sur l'écoulement ;

- pour une meilleure calibration des données dynamiques de puits, en représentant explicitement les fractures observées dans le voisinage des puits ;
- pour une meilleure précision des paramètres équivalents ;
- pour une optimisation des procédures de calage par historique de production, qui permettent ainsi de modifier localement et précisément le modèle statique tout en conservant la cohérence géologique du modèle.

2. Efficacité :
   - parce que les fractures sont en très grand nombre (jusqu'à des millions) ;
   - comme les modèles statiques sont générés stochastiquement, il est nécessaire de procéder à de nombreuses réalisations de modèles d'écoulement équiprobables.
3. Spécialisation :
   - parce que les fractures créent des configurations géométriques particulièrement complexes ;
   - par souci de généralité, il est nécessaire de représenter les fractures et la matrice de façon couplée dans un même modèle d'écoulement (comportement de double milieu des réservoirs fracturés).

Parmi les différentes méthodes existantes pour discrétiser les milieux fracturés, deux catégories peuvent être individualisées : (1) les techniques utilisant une représentation par connectivités et (2) les méthodes basées sur une représentation par blocs.

2.3.1 Méthodes de discrétisation par une représentation basée connectivités

Représenter un réseau de fractures par une liste de connectivités a été proposé par différents auteurs dans la littérature (voir notamment (Cacas et al., 1990; Dershowitz et Fidelibus, 1999)) pour calculer l'écoulement au sein de ce réseau. Ces méthodes diffèrent par la façon dont la liste de connectivités est extraite du réseau de fractures.

Cacas et al. (1990) proposent de lier les centres de deux fractures se recoupant. Les connexions entre fractures sont constituées de deux parties se rejoignant à l'intersection, une pour chaque fracture (Figure 2.10). Chaque partie est supposée équivalente à l'ensemble des chenaux constituant l'échange hydraulique de la fracture avec les fractures la recoupant. Par conséquent le flux Q entre deux fractures est donné par la relation suivante :

$$Q = \frac{1}{L_1/K_1 + L_2/K_2}\Delta H \tag{2.12}$$

avec ΔH (m) la charge hydraulique entre les deux noeuds de fractures, K_i (m^3/s) la conductivité hydraulique de la fracture i, et L_i (m) la distance entre le noeud et l'intersection de la fracture i.

Au contraire, dans (Dershowitz et Fidelibus, 1999) et les travaux antérieurs associés, pour chaque fracture, les centres des traces d'intersection entre la fracture considérée et les autres fractures du réseau sont reliés par une connexion (Figure 2.11). La conductance hydraulique C (m^2/s) pour chaque connexion caractérise la relation entre le flux Q (m^3/s) et le gradient J_P

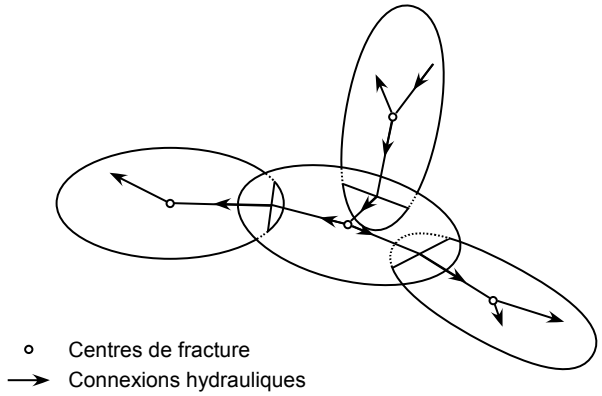


FIG. 2.10 – Discrétisation d'un réseau de fractures par une liste de connectivités reliant les centres de fractures sécantes, d'après Cacas et al. (1990)

(m) entre deux noeuds, en régime permanent :

$$Q = C \times J_P \tag{2.13}$$

Cette conductance peut être évaluée à partir d'une relation qualitative mettant en jeu la transmissibilité T (m^2/s) de la fracture, la largeur de la trace w (m) et la longueur de la connexion l (m). Dans leurs travaux, Dershowitz et Fidelibus (1999) proposent d'évaluer les conductances à partir d'une méthode par éléments frontières, qui permet d'obtenir des valeurs en accord avec le schéma d'écoulement à l'intérieur de chaque fracture. La conductance de chaque connexion est donc évaluée à partir du calcul du flux normal au plan de fracture au niveau de chaque trace, en imposant les gradients entre les différentes traces.

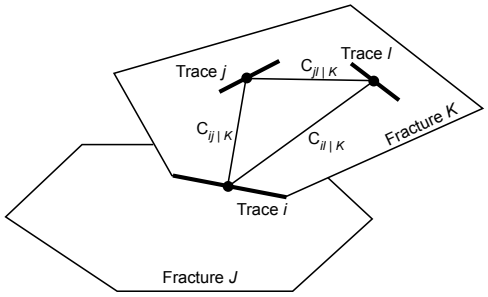


FIG. 2.11 – Discrétisation d'un réseau de fractures par une liste de connectivités reliant les intersections entre fractures, d'après Dershowitz et Fidelibus (1999)

L'avantage d'une discrétisation comme celle proposée par Cacas et al. (1990) est de pouvoir modéliser l'effet chenalisant souvent observé au sein d'une fracture. En outre, considérant un réseau de fractures fortement connecté, cette approche offrira une réduction du nombre de degrés de liberté dans le système d'équations, dont les inconnues sont les pressions et saturations aux noeuds de la liste de connectivités. Une approche comme celle proposée par Dershowitz et

Fidelibus (1999) aura autant d'inconnues que d'intersections, alors qu'avec un modèle comme celui présenté par Cacas et al. (1990), le nombre d'inconnues reste égal au nombre de fractures. Par ailleurs, la discrétisation présentée par Dershowitz et Fidelibus (1999) nécessite le calcul délicat des valeurs des conductances caractérisant chaque connexion.

Enfin, il est à noter que dans tous ces travaux, l'écoulement ne se produit que dans les fractures interconnectées : ni la matrice, ni les réseaux de fractures peu connectés ne seront donc correctement traités par de telles méthodes. Ceci limite par conséquent l'application de ces discrétisations à la modélisation de réseaux de fractures fortement connectés et à une faible circulation de fluides au sein de la matrice (matrice quasi imperméable).

2.3.2 Méthodes de discrétisation par une représentation basée blocs

Discrétisation par la méthode des éléments frontières

Un premier type de discrétisation pour des systèmes fracturés reposant sur une représentation par blocs utilise les méthodes par éléments frontières. Lough et al. (1998) proposent une formulation de ce type en représentant les fractures comme des sources planaires enchâssées dans une matrice. L'écoulement dans la matrice est gouverné par la loi de Darcy comme pour un milieu poreux en général ; l'écoulement dans les fractures est gouverné par une loi de Darcy en deux dimensions, avec une distribution associée de puits (fuites de fluide). La principale hypothèse de cette méthode, couramment faite pour modéliser l'écoulement dans les fractures, est de supposer que l'ouverture des fractures est considérablement plus petite que toute autre longueur dans le problème. Ceci permet de représenter l'écoulement au travers d'une fracture comme un problème 2D entre une paire de plaques parallèles, de façon similaire aux cellules de Hele-Shaw. Il vient alors naturellement un système d'équations d'intégrales sur frontières.

Le principal avantage des approches par des méthodes d'éléments frontières réside dans la simplicité du maillage à construire, qui repose seulement sur la représentation des éléments frontières des milieux matrice et fractures (limites des blocs de matrice et surfaces des objets fracture). Cette méthode ne nécessite donc pas de créer un maillage volumique complexe autour des fractures, et ceci permet de discrétiser efficacement des réseaux de fractures denses. Toutefois, le coût en temps de calcul généralement nécessaire à de telles approches sur des réservoirs naturellement fracturés limite leur application. En effet, si la méthode par éléments frontières est souvent plus efficace que les méthodes d'éléments finis, volumes finis ou différences finies, pour des problèmes où le rapport surface sur volume reste faible, elle demeure cependant moins efficace dans la plupart des cas.

Discrétisation par la méthode des volumes finis

De nombreux travaux ont été développés pour discrétiser des systèmes de fractures par des méthodes de volumes finis (voir notamment (Naji et Kazemi, 1996; Karimi-Fard et al., 2004; Matthäi et al., 2004; Reichenberger et al., 2006)). Alors que les premiers se concentrent davantage

sur le développement de méthodes pour une représentation réaliste de la roche fracturée, les derniers s'intéressent également à la modélisation précise des écoulements multiphasiques au sein des fractures, et en particulier au rôle clef joué par la pression capillaire.

D'une discrétisation des fractures seules vers un modèle 3D complet - Dans les premiers travaux par des méthodes de volumes finis, seules les fractures sont discrétisées. Par exemple Koudina et al. (1998) effectuent une triangulation de chaque fracture d'un réseau (Figure 1.5) et résolvent ensuite l'équation de Darcy sur ce modèle pour en déduire la perméabilité de l'ensemble du réseau. Les auteurs soulignent que la tâche la plus difficile est la triangulation du réseau en raison du caractère aléatoire de la géométrie des fractures et de leurs intersections. Leur triangulation est contrainte par :

- Tous les sommets des polygones de fractures, toutes les extrémités des lignes d'intersection entre fractures, tous les points triples entre plusieurs lignes d'intersection doivent coïncider avec les noeuds du maillage.
- Toutes les arrêtes des polygones et les lignes d'intersection doivent coïncider avec les côtés de triangles du maillage.
- La triangulation de deux fractures sécantes doit correspondre le long de la ligne d'intersection. On parle de triangulation conforme.

Les auteurs ont donc adopté une technique qui commence par mailler les contours des polygones de fracture (dont les lignes d'intersection) de façon conforme, puis chaque polygone est indépendamment triangulé à l'intérieur.

Cette méthode a ensuite été étendue pour des modèles réellement 3D avec discrétisation conjointe de la matrice et des fractures par Adler et al. (2002) (Figure 1.6). Il est à noter que la génération d'un tel maillage est encore plus complexe que le problème des fractures seules, déjà difficile. Dans ce cas, le maillage doit également être conforme entre les fractures et la matrice, c'est-à-dire que chaque triangle de fracture doit coïncider avec la face d'un tétraèdre de matrice.

Une représentation géométrique simplifiée d'un système fracturé - Karimi-Fard et al. (2004) proposent une méthode de discrétisation des systèmes fracturés par une formulation volumes finis non structurée. Les volumes de matrice sont représentés dans la grille par des polyèdres (éléments 3D) et les fractures par des polygones (éléments 2D). Le volume de chaque élément de fracture est pris en compte seulement au niveau de l'évaluation de l'écoulement. Une fois que ce maillage est créé, un volume de contrôle est associé à chacun des éléments du maillage, et un point de grille est défini comme le centre de chacun des éléments (Figure 2.12).

Les transmissibilités des connexions entre les différents volumes de contrôle sont ensuite évaluées et servent directement d'entrée à un simulateur d'écoulement basé sur une liste de connectivités. Pour des raisons de simplicité, les auteurs ont opté pour une approximation du flux à deux points, alors même que le maillage non structuré utilisé nécessite une approximation à plusieurs points (*MPFA*). La partie géométrique de la transmissibilité est alors évaluée par la formule suivante (Équation 2.14 - Figure 2.13) :

$$T_{12} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad \alpha_i = \frac{A_i k_i}{D_i} \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{f}_i \tag{2.14}$$

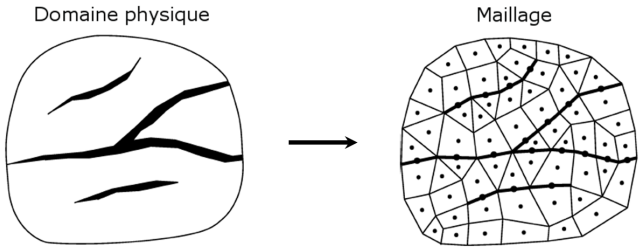


FIG. 2.12 – Exemple 2D d'un milieu poreux fracturé et maillage par volumes finis associé (Karimi-Fard et al., 2004)

avec T_{12} la transmissibilité entre les volumes de contrôle (VC) 1 et 2, α_i la demi-transmissibilité du volume de contrôle VC_i, A_i l'aire de l'interface entre les deux volumes de contrôle, k_i la perméabilité de VC_i, D_i la distance entre le centre de l'interface et le centre de VC_i, $\mathbf{n}_i$ le vecteur normal unité appliqué au centre de l'interface vers l'intérieur de VC_i, et $\mathbf{f}_i$ le vecteur unité appliqué au centre de l'interface vers le centre de VC_i.

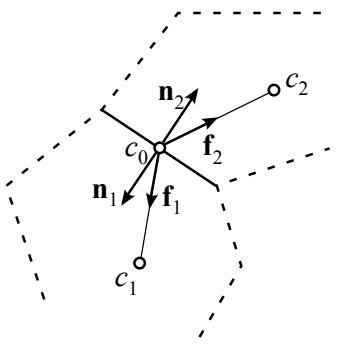


FIG. 2.13 – Représentation géométrique de deux volumes de contrôle adjacents et définition des différents paramètres entrant dans l'estimation de la partie géométrique de la transmissibilité (Équation 2.14), d'après Karimi-Fard et al. (2004).

Dans le cas de fractures se recoupant, de très petits volumes de contrôle seront générés, ce qui risque de considérablement altérer les performances de la simulation d'écoulement. Pour y remédier, les auteurs se basent sur l'analogie existant entre la circulation d'un courant électrique et l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent pour appliquer des transformations étoile-polygone (Figure 2.14). Ces transformations calculent les transmissibilités des connexions reliant les noeuds des différentes fractures se recoupant. Toutefois, il est d'abord nécessaire d'évaluer chacune des transmissibilités entre les noeuds de fractures et le noeud à l'intersection. Considérant que la taille du volume de contrôle à l'intersection est négligeable, et que sa perméabilité est similaire à celles des éléments de fracture environnants, il vient :

$$\left.\begin{array}{l} D_f >> D_i \\ k_f \approx k_i \end{array}\right\} \text{ alors } \alpha_f << \alpha_i, \text{ d'où } T_{fi} \approx \alpha_f \tag{2.15}$$

avec la lettre i indiquant le volume intermédiaire à l'intersection entre des fractures, et f les

différentes fractures sécantes.

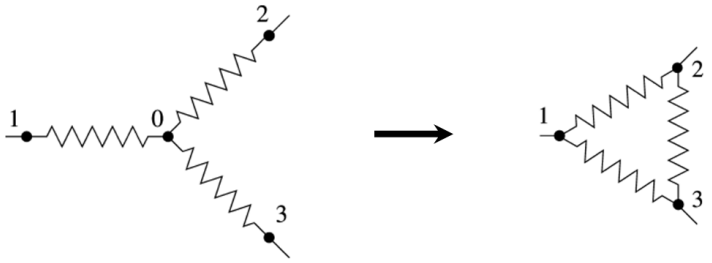


FIG. 2.14 – Transformation triangle-étoile pour un réseau de résistances équivalent (Karimi-Fard et al., 2004)

En appliquant la transformation électrique pour n fractures se recoupant, les nouvelles transmissibilités reliant deux volumes de contrôle de fractures j et k s'écriront alors :

$$T_{jk} = \frac{T_{ji}T_{ki}}{\sum_{l=1}^{n} T_{li}} \approx \frac{\alpha_j \alpha_k}{\sum_{l=1}^{n} \alpha_l} \tag{2.16}$$

Modélisation des échanges entre matrice et fractures - Reichenberger et al. (2006) proposent également une méthode de discrétisation par volumes finis, mais le maillage est créé en deux étapes. Un premier maillage hybride est d'abord généré, qui intègre la géométrie des fractures comme un domaine avec des frontières internes. Il est constitué de tétraèdres, pyramides ou prismes pour les volumes de matrice et de triangles ou quadrilatères pour les fractures, et doit être conforme. Ce maillage est ensuite utilisé comme squelette pour extraire la grille duale qui servira de support à la discrétisation des équations (Figure 2.15) : chaque noeud du maillage primal correspond au centre d'un volume de contrôle, représenté dans la grille duale par une cellule.

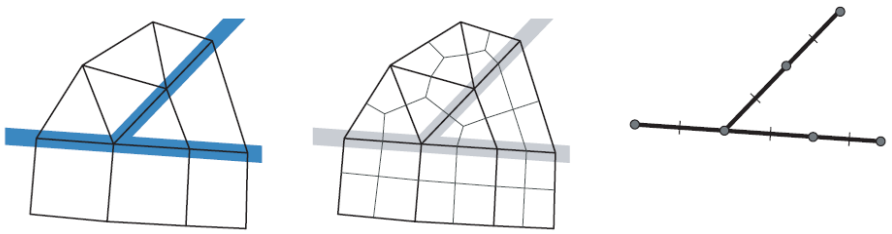


FIG. 2.15 – Maillage, grille duale et éléments de fracture (Reichenberger et al., 2006)

L'intérêt des travaux de Reichenberger et al. (2006) réside dans la façon dont les échanges matrice-fractures sont modélisés. Tout comme l'approche précédente, l'application de la loi de Darcy pour des écoulements multiphasiques est considérée comme valide dans les deux milieux, c'est-à-dire que le régime est supposé laminaire et qu'un volume élémentaire représentatif peut être déterminé pour les fractures comme pour la matrice. Cependant, les auteurs soulignent le manque d'attention généralement porté au terme d'échange. En effet, les équations d'écoulement

biphasique en milieu poreux sont valides seulement si les propriétés du milieu sont sujettes à des variations lentes et régulières. Or les propriétés comme la perméabilité et la porosité offrent typiquement de grands contrastes aux frontières entre fractures et matrice. Il est donc nécessaire d'introduire des conditions à l'interface des deux milieux pour modéliser correctement les comportements physiques. En particulier, les expériences en laboratoire ont montré l'influence majeure de la pression capillaire sur l'écoulement aux discontinuités des milieux. Il est par conséquent important de décrire avec précision les forces capillaires aux interfaces matrice-fractures, responsables des effets de piégeage ou largage de fluides. Reichenberger et al. (2006) introduisent pour cela dans les équations d'écoulement un terme qui décrit le comportement physique du fluide aux discontinuités du milieu fracturé, en se basant sur le traitement de la pression capillaire. Comme illustré sur la Figure 2.16, d'après le modèle de Brooks-Corey des relations entre la pression capillaire et les saturations dans la matrice et les fractures, il existe une saturation du fluide mouillant S_w^*, pour laquelle il y a continuité de la pression capillaire entre les milieux matrice et fractures. De plus, il a été montré pour un problème unidimensionnel que pour une saturation du fluide mouillant dans les fractures S_w^f supérieure à la saturation S_w^*, la saturation dans la matrice S_w^m doit être égale à 1. Il vient alors la condition suivante pour la saturation à l'interface matrice-fracture :

$$S_w^m = \begin{cases} 1 & \text{si } S_w^f > S_w^* \\ \frac{1}{p_c^m} p_c^f(S_w^f) & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.17}$$

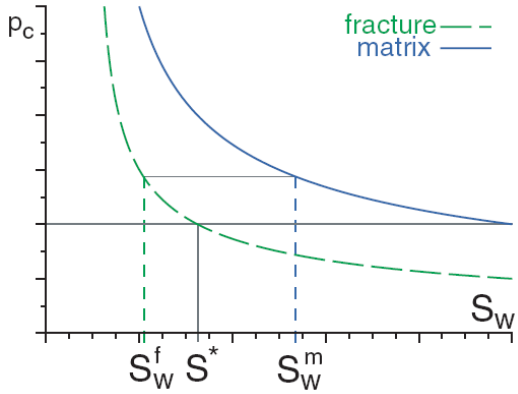


Fig. 2.16 – Courbes de pression capillaire dans la matrice et les fractures d'après le modèle de Brooks-Corey (Reichenberger et al., 2006)

Bilan

Les méthodes par représentation par blocs présentent le principal avantage d'être précises dans la solution du problème d'écoulement. Parmi celles-ci, les approches par éléments frontières, à cause de leur limite en performance, sont peu utilisées pour effectuer des simulations sur l'ensemble du domaine, et seront davantage développées pour des travaux de changement d'échelle. Les approches par volumes finis sont donc le plus souvent privilégiées. Elles présentent notamment l'intérêt d'être parfaitement adaptées aux simulateurs d'écoulement, généralement

eux-mêmes basés sur un schéma de volumes finis. Elles apportent donc la possibilité de mener des études théoriques approfondies, notamment pour développer de nouveaux modèles pour l'écoulement dans les milieux poreux fracturés, ou valider des hypothèses ébauchées d'après des observations sur échantillons en laboratoire.

Cependant leur application reste grandement limitée par leur difficulté de mise en oeuvre et l'importance des ressources en mémoire et en temps nécessaires à la génération de tels maillages sur des domaines 3D. Toutes ces méthodes par volumes finis reposent sur une triangulation contrainte du milieu, qui doit être conforme entre les fractures se recoupant et entre les fractures et la matrice. Or, la génération de tels maillages pour la simulation d'écoulement en trois dimensions est extrêmement complexe, et les techniques les plus perfectionnées restent encore limitées à des modèles contenant une centaine de failles au plus (Owen, 1998; Lepage, 2003; Tertois, 2007). Reichenberger et al. (2006) rappellent les points les plus problématiques pour la génération de maillages sur des modèles fracturés (Figure 2.17) :

1. À l'intersection entre deux fractures où l'une des fractures se termine très légèrement au-delà de l'intersection, un maillage très fin est nécessaire au voisinage de cette région, pouvant notamment générer des triangles plats.
2. Quand une fracture se termine à proximité d'une autre, à nouveau un maillage très fin sera nécessaire.
3. Deux fractures parallèles très proches devraient être maillées par des quadrilatères en 2D et des hexaèdres ou prismes en 3D, car cela peut générer des éléments avec de grands angles internes.
4. Quand deux fractures se recoupent avec un angle très faible, cela peut également générer des éléments avec de grands angles internes.

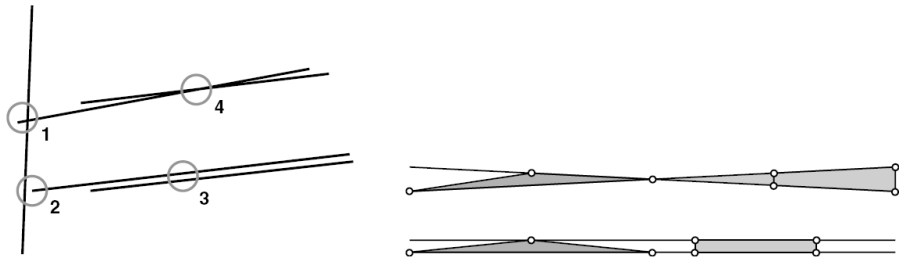


Fig. 2.17 – Quatre configurations pour lesquelles la génération de maillage automatique est difficile (gauche) et les éléments possibles pour des fractures sub-parallèles (droite) pour une qualité du maillage médiocre (gauche) ou bonne (droite) (Reichenberger et al., 2006)

En adoptant un maillage hybride pour discrétiser le milieu fracturé, ces configurations conflictuelles peuvent être mieux traitées qu'avec les maillages homogènes conventionnels (voir (Matthäi et al., 2004)).

2.3.3 Approches originales pour la discrétisation de systèmes fracturés

En raison des limites des approches traditionnelles basées sur la triangulation contrainte d'un modèle fracturé (matrice + fractures), des auteurs se sont concentrés sur l'élaboration de

techniques originales pour générer le plus efficacement possible une discrétisation.

Maillage par traitement d'image

Dans (Sarda et al., 2001), un algorithme intéressant pour créer un maillage autour de fractures est proposé. L'idée première est de discrétiser le réseau de fractures avec un nombre optimal d'inconnues pour une meilleure performance des calculs d'écoulement. L'élément le plus innovant de leur technique est la façon dont les volumes de contrôle de matrice sont déterminés, basée sur un algorithme de traitement d'image. Le réseau de fractures d'abord généré est constitué de fractures décomposées en éléments rectangulaires, définis pour chaque couche par ses propriétés d'orientation, ouverture, longueur, etc., qui sont ensuite verticalement connectés entre les différentes couches pour former une fracture complète. Ensuite, un noeud est créé à chaque intersection entre fractures et à chaque extrémité de fracture. Il est verticalement positionné au milieu de chaque couche et définit le centre des cellules de fracture. Les limites des volumes de contrôle de fracture sont alors disposées au milieu de chaque segment reliant deux noeuds (Figure 2.18). L'idée suivante est d'associer à chaque élément de fracture le volume de matrice le plus proche. La procédure est effectuée en 2D, couche par couche, et consiste en une extension d'un maillage Voronoï autour d'un segment (Figures 2.18 et 2.19). Pour ce faire, les auteurs ont développé un algorithme de traitement d'image : le réseau initial est converti en image d'une résolution de plusieurs millions de pixels, puis l'algorithme calcule pour chaque pixel la distance à la fracture la plus proche. Le volume d'un bloc de matrice est finalement évalué comme le nombre de pixels assignés à une cellule de fracture, multiplié par le volume d'un pixel, et multiplié par l'épaisseur de la couche. L'intérêt d'un tel algorithme est sa rapidité : une seconde en temps CPU par million de pixels sur une station de travail récente, d'après les auteurs.

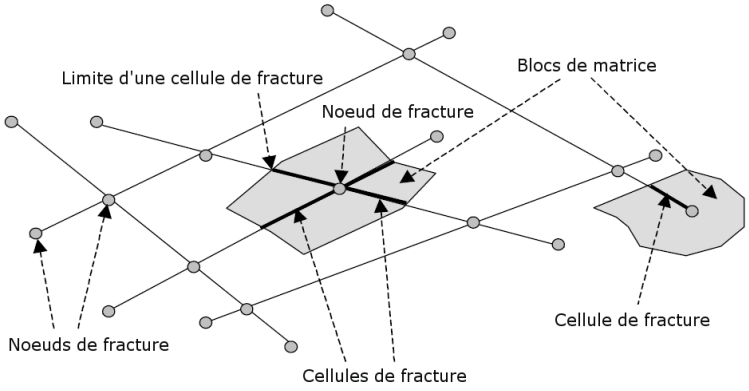


FIG. 2.18 – Discrétisation d'un réseau de fractures 2D : volumes de contrôle de fractures et matrice (Sarda et al., 2001)

Les transmissibilités entre les différents éléments sont ensuite déterminées. Entre deux fractures sécantes, la formule suivante est appliquée :

$$T_{ff} = \sum_i \frac{C_i \cdot l_i}{L} \tag{2.18}$$

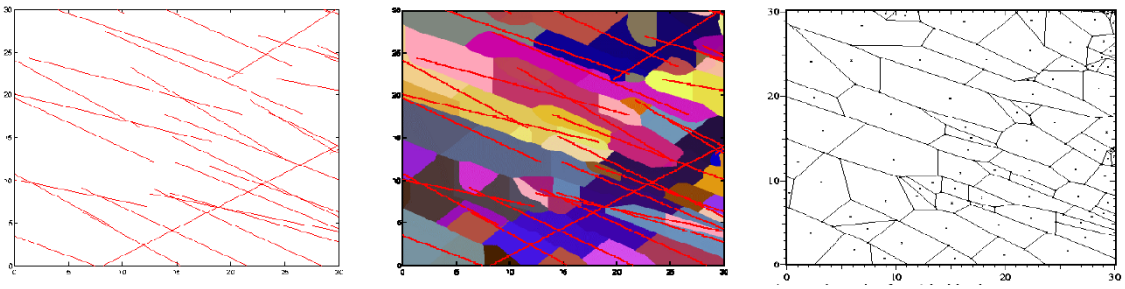


FIG. 2.19 – Maillage 2D d'un milieu fracturé par un algorithme de traitement d'image : [a] réseau de fractures discrètes, [b] grille pixel de la matrice, [c] maillage polygonal de la matrice (Sarda et al., 2001)

avec C_i la conductivité de la fracture i, l_i la longueur de la trace à l'intersection entre les deux fractures, et L la distance entre les noeuds de fracture.

Pour ce qui est de la transmissibilité entre une fracture et un bloc de matrice cependant, le calcul est moins évident en raison de la forme irrégulière des éléments de matrice. D'abord, la pression au sein d'un élément de fracture est considérée constante, et celle au sein du volume de matrice est considérée comme variant linéairement depuis la fracture vers les limites du bloc. Par conséquent les courbes d'iso-pression au sein d'un bloc de matrice seront les courbes d'iso-distance depuis la fracture. Il vient alors la formule suivante :

$$T_{mf} = \frac{2.l_f.H.k_m}{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} d_i} \tag{2.19}$$

avec l_f la longueur de la fracture (doublée pour les deux surfaces délimitant un volume de fracture), H l'épaisseur de la couche, k_m la perméabilité de la matrice, N le nombre de pixels représentant le volume de matrice, et d_i la distance entre le pixel i et la fracture.

La même difficulté apparaît pour l'estimation des transmissibilités entre les blocs de matrice. Deux cas sont distingués : (1) quand la limite entre deux blocs de matrice recoupe une fracture (Équation 2.20), et (2) quand elle ne recoupe pas de fracture (Équation 2.21). En supposant que l'écoulement s'effectue perpendiculairement aux limites des blocs de matrice, et que la pression est constante le long des fractures dans les blocs de matrice, les transmissibilités peuvent alors être estimées d'après les formules suivantes :

$$T_{mm} = k_m H \frac{l}{L_{AB}} \tag{2.20}$$

avec l la longueur de la limite entre les blocs de matrice, et L_{AB} la longueur de la cellule fracture recoupée par la limite des blocs de matrice.

$$T_{mm} = k_m H \int_l \frac{ds}{d(s)} \tag{2.21}$$

avec l la longueur de la limite entre les blocs de matrice, et $d(s)$ la distance entre la limite et chacune des fractures contenues dans les blocs de matrice.

Malgré la performance et la flexibilité de l'algorithme de création du maillage de la matrice, il reste néanmoins des limites à cette méthode. Premièrement, le maillage est véritablement 2D et n'est qu'extrapolé en 3D lors du calcul des transmissibilités. Bien que les auteurs indiquent que leur méthode est valable pour tout type de pendage de fractures, la technique de maillage proposée ici traite implicitement les fractures comme étant verticales dans le système de la grille :

- Une seule image du milieu est extraite par couche. Si des fractures, au pendage non vertical, se recoupent en-dessous ou au-dessus de la section considérée, aucune intersection ne sera effectivement prise en compte. Par conséquent, la topologie du réseau est altérée.
- Le calcul même des transmissibilités matrice-matrices et matrice-fracture supposent que les fractures sont verticales puisque l'épaisseur H de la couche est prise en compte pour calculer le volume des éléments.

Deuxièmement, la méthode impose que les fractures soient bornées aux limites de couche (*stratabound*). Ceci nécessite également l'introduction de noeuds de fracture virtuels pour assurer la régularité de la discrétisation d'un plan de fracture : pour chaque noeud initial, de nouveaux noeuds sont placés au sein des couches supérieure et inférieure le long de la ligne d'intersection entre fractures. Enfin, en raison de la géométrie complexe, le calcul des transmissibilités constitue un tâche délicate. En particulier pour les transmissibilités matrice-fracture et matrice-matrice, les auteurs supposent que la pression varie linéairement au sein du volume de matrice depuis une fracture, et que l'écoulement s'effectue perpendiculairement aux limites des blocs de matrice.

Maillage par développement de régions

La technique de discrétisation présentée dans (Karimi-Fard, 2004) repose sur la représentation du maillage par une structure de données d'arbre binaire. L'espace entre les fractures correspondant à la matrice est d'abord rempli par une technique de développement de régions contrôlé par les fractures environnantes et la convexité des régions. Initialement, une unique boîte englobant le modèle est considérée, puis récursivement subdivisée le long de la plus grande direction, jusqu'à ce que la boîte courante soit uniforme ou qu'une taille minimale soit atteinte (Figure 2.20). Ensuite, les régions délimitées par des fractures ou des failles sont individualisées et les connectivités entre les régions sont déterminées (Figure 2.21). Enfin, une grille est extraite de ces régions en approximant chaque ensemble de blocs connectés définissant une région par un polyèdre (Figure 2.21), selon la définition topologique d'une grille : un ensemble de volume de contrôle (les polyèdres extraits des régions) connectés (connectivités entre régions).

Comme pour la méthode basée sur un traitement d'image, une telle technique présente comme intérêt majeur sa flexibilité. Toutefois certains problèmes non discutés peuvent être relevés :

- La forme des blocs générés est très variable : quel schéma d'approximation du flux faut-il adopter ?
- Les volumes des blocs générés sont très variables comme le montre la Figure 2.21, et ceci peut conduire à des instabilités numériques lors de la résolution du problème d'écoulement.
- Comment les propriétés du modèle géologique sont-elles estimées pour chaque bloc généré ?

On peut également s'interroger sur le coût du temps d'extraction, et surtout le coût mémoire de la structure d'arbre binaire. Enfin, il est à regretter que son utilisation pour la simulation

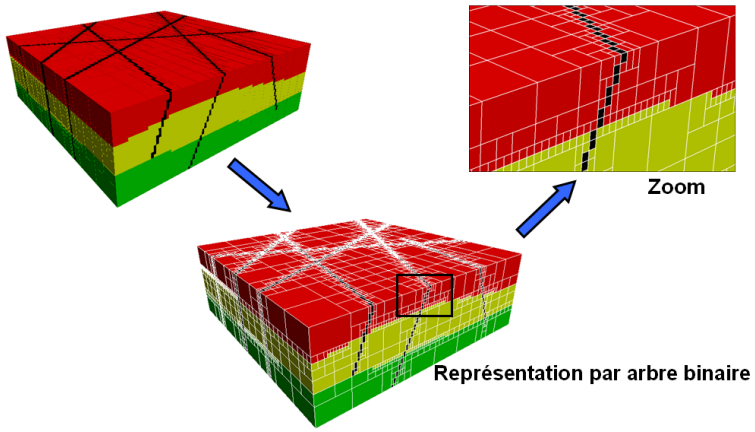


FIG. 2.20 – Exemple 3D de la structure de données d'arbre binaire pour la discrétisation de modèles fracturés (Karimi-Fard, 2004)

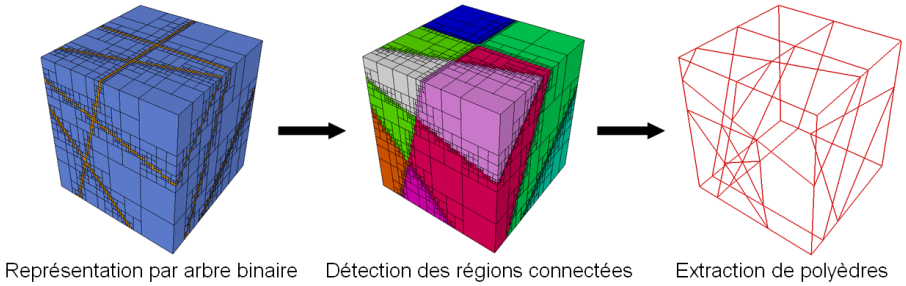


FIG. 2.21 – Maillage construit à partir des régions extraites d'un modèle fracturé 3D (Karimi-Fard, 2004)

d'écoulement n'ait pas été étudiée dans les travaux présentés.

2.3.4 Discussion sur les méthodes existantes pour la discrétisation des milieux poreux fracturés

Parmi les diverses méthodes développées dans la littérature pour la discrétisation des milieux fracturés, deux grandes catégories apparaissent : les méthodes basées sur la représentation du réseau de fractures par une liste de connectivités, et celles basées sur la représentation du domaine fracturé par une grille basée blocs. L'une apporte la flexibilité et la rapidité, mais reste limitée à la discrétisation des fractures seules, l'autre permet de représenter le couplage des fractures et de la matrice, mais pose des difficultés considérables pour la création d'un maillage, malgré le développement de techniques innovantes. Toutefois ces dernières techniques ne sont pas pleinement satisfaisantes : soit elles ne sont pas dépourvues de contraintes sur la géométrie des fractures, soit elles n'ont pas été testées pour la simulation d'écoulement, ce qui reste sujet à caution. La modélisation des écoulements au sein de la matrice est un atout considérable de ces méthodes par représentation par blocs, puisqu'elle est indispensable pour traiter tout type de réservoir fracturé (voir Chapitre 1). De plus, le comportement physique des échanges matrice-

fractures peut être modélisé plus précisément qu'avec d'autres approches. Toutefois, comme cela a été souligné par différents auteurs, ces phénomènes sont généralement décrits de la même façon que les échanges matrice-matrices ou fracture-fractures. Actuellement la difficulté première à résoudre est la génération du maillage.

Il apparaît donc intéressant de pouvoir coupler ces deux types d'approche. Dans cette thèse, nous proposons d'extraire une liste de connectivités à partir d'un réseau de fractures discrètes et d'une représentation par bloc de la matrice. Ainsi, nous bénéficions de la flexibilité et de l'efficacité de la représentation par liste de connectivités pour des géométries 3D complexes, tout en modélisant des écoulements sur l'ensemble du domaine fracturé.

2.4 Le *PipeNetwork* : une discrétisation conjointe de la matrice et des fractures discrètes

Dans ces travaux de thèse, pour modéliser un système fracturé, un objet de type graphe, appelé le *PipeNetwork*, a été implanté (Vitel et Mallet, 2005). Après avoir détaillé la structure de données, nous présenterons les algorithmes d'extraction sur un modèle fracturé.

2.4.1 Définition et structure

Un *PipeNetwork* est constitué d'un ensemble de segments connectant un ensemble de noeuds. Sa structure dérive directement de la représentation d'une grille basée sur les connectivités, et il est donc parfaitement adapté pour transférer les données strictement nécessaires à tout simulateur d'écoulement basé sur une liste de connectivités :

- Un noeud correspond à un point de grille.
- Un segment correspond à une connexion entre deux volumes de contrôle.

Afin de transmettre les données du sous-sol au simulateur d'écoulement, il est nécessaire de stocker aux noeuds et sur les segments les données suivantes :

- Sur chaque noeud :
  - les coordonnées du point,
  - le volume du volume de contrôle,
  - la porosité
- Sur chaque segment :
  - la partie géométrique de la transmissibilité

Dans les travaux développés ici, les transmissibilités sont évaluées selon un schéma *TPFA*, ce qui limite le nombre de connexions. Toutes les informations nécessaires à leur calcul sont contenues dans les structures à partir desquelles le *PipeNetwork* est extrait.

2.4.2 Graphe et implantations

D'un point de vue architectural, un *PipeNetwork* est constitué de graphes, les *SubPipeNetworks*. Cette architecture permet de pouvoir individualiser facilement des parties d'un réservoir correspondant à des formations particulières. Par exemple dans le cas de milieux fracturés, il est intéressant de pouvoir individualiser la matrice des fractures dans la représentation du graphe.

Il existe plusieurs types de représentation d'un graphe possibles. Dans nos travaux, nous avons utilisé deux approches : (1) par une liste d'incidence, ou (2) par une matrice d'adjacence. Toutes deux présentent leurs avantages et inconvénients. Il est donc parfois nécessaire de pouvoir disposer de l'une ou l'autre implantation suivant le problème à résoudre.

Liste d'incidence

Dans cette représentation, il est nécessaire de stocker chaque noeud et chaque segment du graphe explicitement comme objet. Ensuite, chaque noeud dispose d'une liste des segments qui lui sont attachés (Figure 2.22). Pour un graphe orienté, seul les segments partant de ce noeud seront stockés dans la liste (Figure 2.22b).

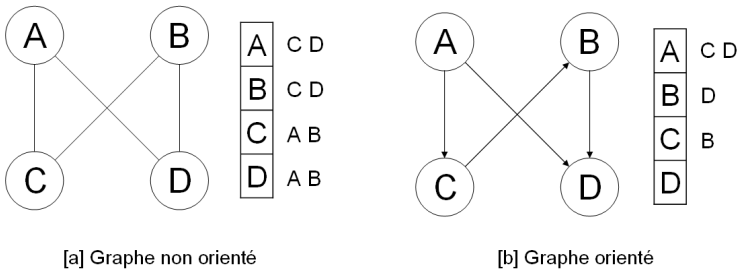


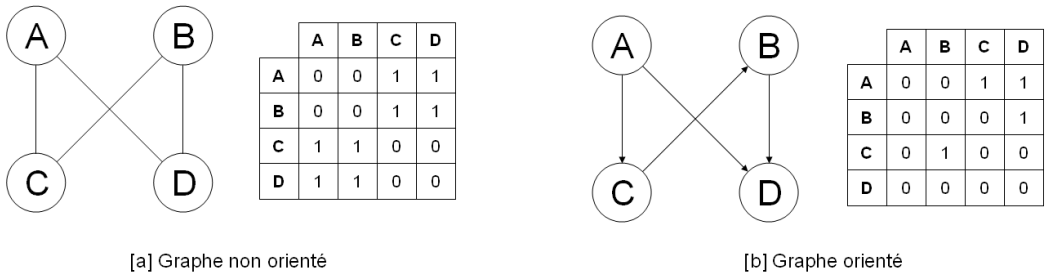
FIG. 2.22 – Représentation d'un graphe par une liste d'incidence

L'avantage de cette représentation est l'accès rapide depuis chaque noeud aux segments qui lui sont connectés, et via ces segments, aux noeuds voisins. De plus, cette structure est relativement légère en mémoire et peut être utilisée avec efficacité pour des graphes denses. Toutefois l'édition du graphe peut devenir coûteuse : pour chaque noeud détruit, les segments connectés deviennent invalides et la liste de chacun des noeuds connectés doit être mise à jour.

Matrice d'adjacence

Le principe de cette représentation est de stocker tous les noeuds du graphe, V, et de remplir une matrice $V \times V$ de 0 ou de 1 selon que les noeuds sont connectés ou non (Figure 2.23). Aucun objet segment explicite n'intervient donc ici.

Le principal avantage de cette représentation est la rapidité de mise à jour des connexions entre noeuds du graphe, mais elle exige un espace mémoire important (de l'ordre de V^2). Pour des graphes peu denses, en adoptant une représentation par matrice creuse, ce coût mémoire peut être néanmoins considérablement réduit, mais l'intérêt de la rapidité d'édition s'en trouve diminué.



	A	B	C	D
A	0	0	1	1
B	0	0	1	1
C	1	1	0	0
D	1	1	0	0

	A	B	C	D
A	0	0	1	1
B	0	0	0	1
C	0	1	0	0
D	0	0	0	0

[a] Graphe non orienté

[b] Graphe orienté

FIG. 2.23 – Représentation d'un graphe par une matrice d'adjacence

Choix de la structure de graphe

La représentation par liste d'incidence, où noeuds et segments sont explicitement représentés, correspond parfaitement à nos besoins pour un graphe statique modélisant de larges domaines. Lors de l'extraction d'un *PipeNetwork*, nous avons donc opté pour cette représentation.

Dans le cas où le graphe doit être souvent édité, avec nombreuses suppressions et créations de noeuds ou de segments, nous opterons au contraire pour une représentation par matrice d'adjacence, qui minimise le nombre d'allocations et désallocations de mémoire. Par souci d'efficacité, c'est donc cette structure qui a été choisie pour le changement d'échelle effectué sur le *PipeNetwork* (voir Chapitre 4).

2.4.3 Données d'entrée pour l'extraction du *PipeNetwork* depuis un modèle fracturé

La méthode proposée pour la discrétisation de milieux fracturés extrait un *PipeNetwork* conjointement d'une grille 3D et d'un réseau de fractures discrètes (Figure 2.24). Dans les travaux présentés dans la suite, ce sont des grilles 3D structurées irrégulières qui ont été utilisées pour représenter la matrice. En effet ces grilles présentent trois avantages majeurs, comparées aux grilles non structurées. D'une part, l'application de l'approximation du flux à deux points est valide pour des perméabilités isotropes ou si la grille est alignée avec les directions principales du tenseur de perméabilité. D'autre part, ces grilles sont actuellement les plus répandues dans les logiciels de modélisation, au contraire des grilles non structurées. Enfin, les propriétés pétrophysiques décrivant le milieu sont généralement générées par des algorithmes géostatistiques fonctionnant sur des grilles structurées ; dans le cas de grilles non structurées, il est nécessaire de récupérer d'abord précisément les propriétés du sous-sol pour chaque volume de contrôle.

Toute méthode de caractérisation de réseaux de fractures peut être utilisée comme source de la discrétisation présentée ci-après, dès lors que les fractures sont représentées comme des objets géométriques 2D ou 3D. Dans le cas d'objets 2D, l'ouverture ou épaisseur de chaque fracture doit être fournie comme propriété ; le volume sera calculé pour chacune des fractures, et pris en compte lors du calcul des transmissibilités. De plus, chaque fracture doit porter des données de perméabilité et porosité. Dans ces travaux, le réseau de fractures discrètes est généré stochastiquement en utilisant la méthodologie développée par Macé (2006).

Parce que la méthode proposée est basée sur un schéma *TPFA*, pour un calcul exact des

transmissibilités, les perméabilités de matrice et de fractures doivent être isotropes ou alignées avec le repère de la grille ou celui des fractures. Cependant, ces dernières perméabilités anisotropes ne sont pas actuellement gérer par notre méthode dans la façon dont les connexions entre matrice et fractures sont calculées (voir Section 2.4.4).

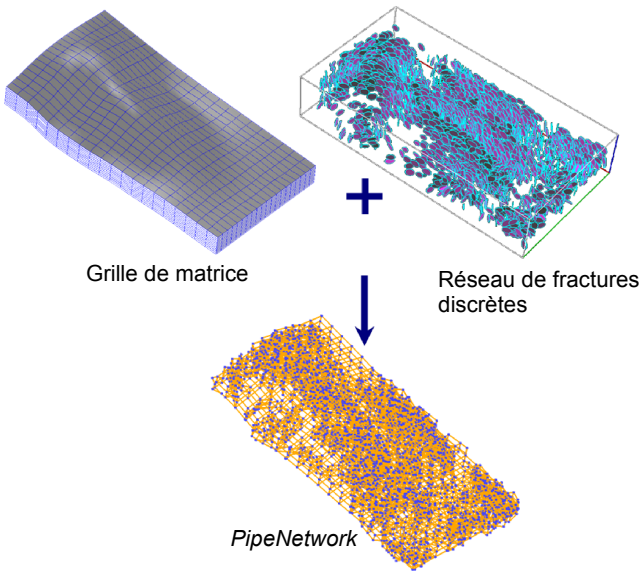


FIG. 2.24 – Génération d'un *PipeNetwork* à partir d'un modèle fracturé constitué d'une grille basée blocs et d'un réseau de fractures discrètes

2.4.4 Les étapes d'extraction d'un *PipeNetwork* à partir d'un modèle fracturé

L'algorithme d'extraction se divise en quatre étapes principales :

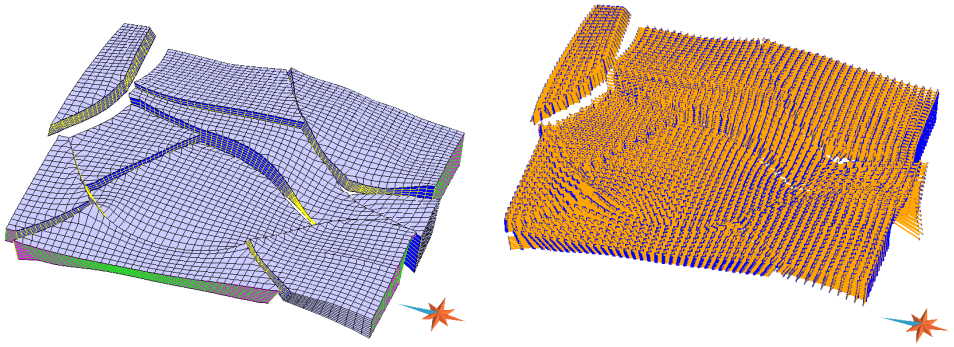
1. Extraction de la matrice à partir d'une grille basée blocs,
2. Extraction des éléments de fracture par segmentation de chaque fracture avec les cellules de la grille,
3. Extraction des connexions matrice-fractures,
4. Extraction des connexions entre fractures se recoupant.

Extraction du *PipeNetwork* à partir d'une grille 3D structurée irrégulière : discrétisation de la matrice

De par sa conception, l'extraction du *PipeNetwork* à partir d'une grille structurée irrégulière équivaut simplement à construire le dual topologique de cette grille (Figure 2.25) :

- À chaque cellule de la grille correspond un noeud du *PipeNetwork*.
- À chaque face d'une cellule de la grille correspond un segment du *PipeNetwork*. Ces segments représentent soit (1) les connexions entre cellules topologiquement adjacentes (Figure 2.26), que nous nommerons connexions de voisinage, soit (2) les connexions entre

cellules géométriquement mais non topologiquement adjacentes, comme de part et d'autre d'un plan de faille (Figure 2.27), que nous nommerons connexions de non-voisinage.



(a) Grille 3D structurée irrégulière

(b) *PipeNetwork* (Cubes bleus : noeuds, lignes oranges : segments)

FIG. 2.25 – Extraction d'un *PipeNetwork* à partir d'une grille 3D structurée irrégulière faillée

Les connexions de voisinage - Ces connexions représentent les échanges entre deux cellules topologiquement voisines (Figure 2.26).

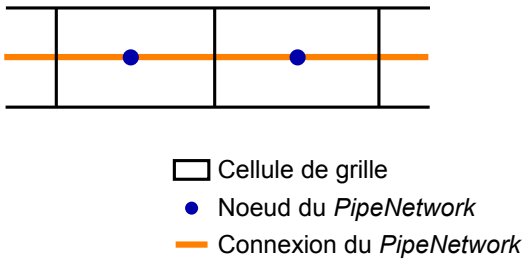


FIG. 2.26 – Schéma de connexions de voisinage en 2D

Le calcul des transmissibilités (partie géométrique seulement) caractérisant ces connexions est effectué selon un schéma d'approximation du flux à deux points (*TPFA*), d'après la formule de l'Équation 2.14 (Figure 2.13).

Les connexions de non-voisinage - Ces connexions représentent la principale difficulté dans l'extraction d'un *PipeNetwork* à partir d'une grille structurée irrégulière. Pour créer ces segments, il est nécessaire de calculer les juxtapositions géométriques entre les différentes faces des cellules de part et d'autre du plan de faille (Figure 2.27). Ce calcul s'effectue en deux étapes :

1. Détermination des faces se chevauchant de part et d'autre de la faille.
2. Détermination de l'aire de la portion des faces se recouvrant pour le calcul de la transmissibilité.

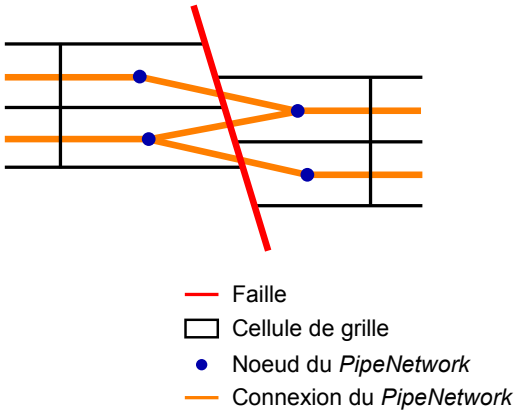


FIG. 2.27 – Schéma de connexions de non-voisinage au travers d'un plan de faille en 2D

La première étape consiste à déterminer tous les couples de faces se chevauchant car, contrairement aux faces entre cellules topologiquement voisines, ces faces ont la particularité de ne pas partager leurs noeuds.

- Dans un premier temps, pour chaque face de cellule F_i située d'un côté du plan de faille, un arbre octal est utilisé pour trouver efficacement les faces du côté opposé susceptibles de chevaucher F_i.
- Ensuite, chacune de ces faces sélectionnées est décomposée en un ensemble de triangles, et un test d'intersection est appliqué entre les triangles constitutifs de chaque face de part et d'autre de la faille. De nombreux algorithmes ont été développés dans la littérature pour ce type de problème. Ici, nous utilisons un algorithme de *Fast Proximity Queries* ou requêtes rapides de proximité, développé par Larsen et al. (1999). Cet algorithme revient à déterminer les points les plus proches entre deux triangles. En trois dimensions, seulement trois configurations sont possibles (Figure 2.28) :
  1. Les points les plus proches sont sur les côtés des triangles. La distance minimale entre chaque couple de côtés est calculée, et la distance minimale entre les deux triangles est la plus petite distance parmi les différents couples.
  2. Les points les plus proches sont pour l'un, un des sommets d'un triangle, et pour l'autre, un point situé à l'intérieur du deuxième triangle. La distance minimale entre chacun des sommets de chaque triangle et le deuxième triangle est donc calculée, et la plus petite de ces distances sera la distance minimale entre les triangles.
  3. Les triangles se recoupent, et alors la distance est nulle.

La seconde étape doit ensuite estimer l'aire de contact entre deux faces se recouvrant. Il est donc nécessaire de calculer exactement les intersections entre chaque couple de faces sélectionné auparavant. Cette étape dite de co-raffinement peut être réalisée selon plusieurs méthodes (Conreaux, 2001). L'algorithme choisi et développé dans notre cadre de travail est l'algorithme de *polygon clipping* ou troncature de polygones, proposé par Sutherland et Hodgman (1974). Cet algorithme a plusieurs avantages : il est rapide, précis, et n'est pas sujet aux problèmes de

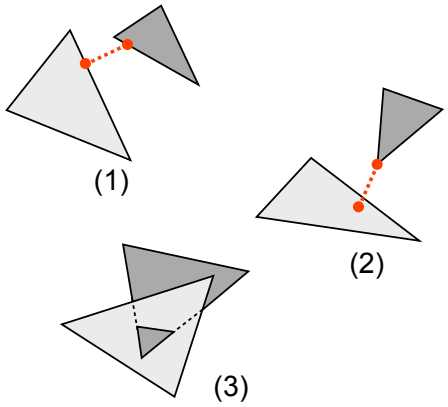


FIG. 2.28 – Les trois configurations pour le calcul de la distance minimale entre deux triangles dans un espace 3D

précision numérique. En premier lieu, le polygone qui va être tronqué doit être défini par la liste de ses sommets, et le polygone tronquant doit être défini par un ensemble de plans. Le principe est ensuite de tronquer le polygone avec chacun des plans constituant le deuxième polygone, itérativement. Un côté positif (vers l'intérieur du polygone) et un côté négatif (vers l'extérieur du polygone) relativement à chaque plan sont définis. Considérant deux sommets successifs s et p, quatre configurations sont possibles (Figure 2.29) :

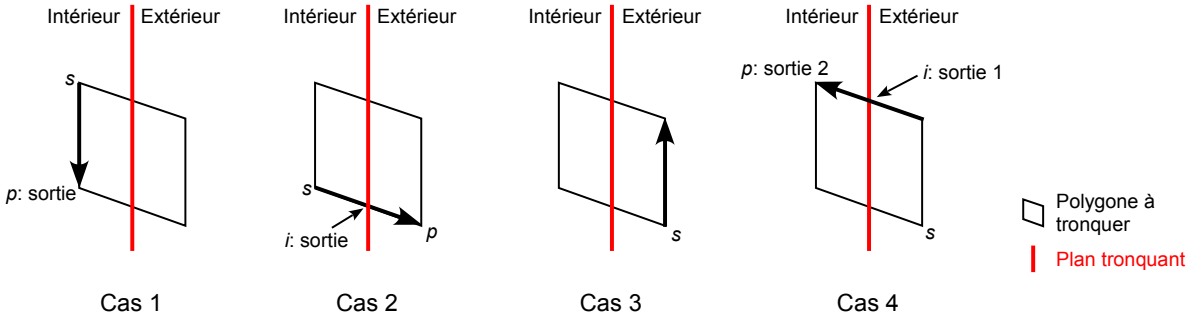


FIG. 2.29 – Les quatre configurations de l'algorithme de troncature d'un polygone, d'après Sutherland et Hodgman (1974)

1. s et p sont tous deux à l'intérieur : p est ajouté à la liste de sommets constituant le nouveau polygone tronqué.
2. s est à l'intérieur, p à l'extérieur : le point d'intersection i entre le segment défini par s et p et le plan tronquant est ajouté à la liste de sommets du polygone tronqué.
3. s et p sont tous deux à l'extérieur : pas d'action.
4. s est à l'extérieur, p à l'intérieur : p et le point d'intersection i sont tous deux ajoutés à la liste des sommets du polygone tronqué.

Une fois que le *PipeNetwork* est extrait de la grille pour représenter les échanges dans la matrice, la partie décrivant le réseau de fractures est construite. Il s'agit dans un premier temps de représenter les échanges à l'intérieur d'une fracture.

Extraction du *PipeNetwork* à partir d'un réseau de fractures contenu dans une grille : discrétisation des fractures

Afin de pouvoir modéliser les échanges entre matrice et fractures (Section 2.4.4), l'extraction du *PipeNetwork* à partir d'une fracture dépend de la grille. Chaque fracture est segmentée par les blocs de la grille de façon à définir des volumes de contrôle de fracture interagissant avec chaque volume encaissant de matrice. Ensuite des connexions sont créées entre chacun de ces volumes pour modéliser les échanges à l'intérieur d'une fracture (Figure 2.30). Pour évaluer les transmissibilités associées à ces connexions, il est alors nécessaire de calculer l'intersection exacte entre chaque face des blocs de la grille de matrice et chaque polygone de fracture. Une fois encore, nous utilisons l'algorithme de Sutherland et Hodgman (1974) pour calculer ces polygones de fracture enchâssés dans une cellule.

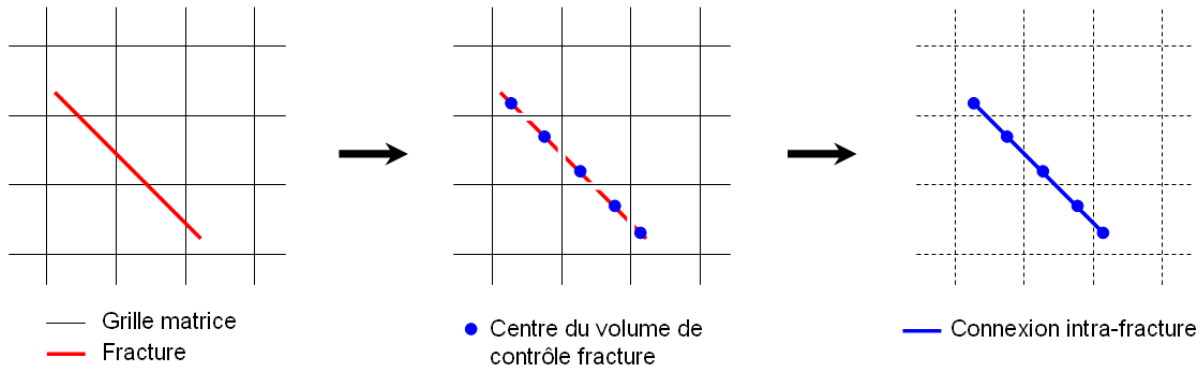


FIG. 2.30 – Extraction d'un *PipeNetwork* à partir d'une fracture enchâssée dans une grille

Au contraire des connexions matrice-matrices, l'utilisation d'un schéma *TPFA* dans le calcul des transmissibilités intra-fractures introduit une erreur, puisque l'interface entre deux volumes de contrôle de fracture n'est pas perpendiculaire aux lignes reliant son centre et le centre de ces volumes de contrôle.

Extraction des connexions matrice-fractures

Une fois que les différents volumes de contrôle d'une fracture en association avec un volume de contrôle de matrice ont été déterminés, il reste à créer la connexion les liant l'un à l'autre (Figure 2.31). Pour cela, la géométrie des deux sous-blocs individualisés par la fracture est exactement déterminée. Dans le cas où la fracture ne recoupe pas intégralement la cellule, elle est virtuellement étendue pour diviser la cellule en deux sous-blocs. Cette étape permet de calculer les deux transmissibilités caractérisant l'échange entre les deux sous-blocs de matrice et

la fracture (Figure 2.32) :

$$Q_{mf} = T_1(P_f - P_1) + T_2(P_f - P_2) \tag{2.22}$$

où Q_{mf} est le débit entre le volume de matrice m et le volume de fracture f, T_i la tramsmissibilité reliant le centre du sous-bloc i de matrice à la fracture, P_i la pression dans le sous-bloc i de matrice, et P_f la pression au sein du volume de fracture.

Toutefois, pour conserver l'efficacité de l'extraction dont la complexité augmenterait considérablement avec le nombre de fractures contenues dans un bloc, le *PipeNetwork* final décrit l'échange entre un volume de matrice et un volume de fracture à l'aide d'une unique connexion :

$$Q_{mf} = T(P_f - P_m) \tag{2.23}$$

où T est la transmissibilité de la seule connexion reliant le volume de contrôle de la fracture f à celui de la matrice m, et P_m la pression dans volume de contrôle de la matrice.

Le problème est alors d'évaluer T. En supposant que la pression est constante au sein de tout le volume de matrice, soit :

$$P = P_1 = P_2 \tag{2.24}$$

il vient alors :

$$Q_{mf} = (T_1 + T_2)(P_f - P) \tag{2.25}$$

d'où

$$T = T_1 + T_2 \tag{2.26}$$

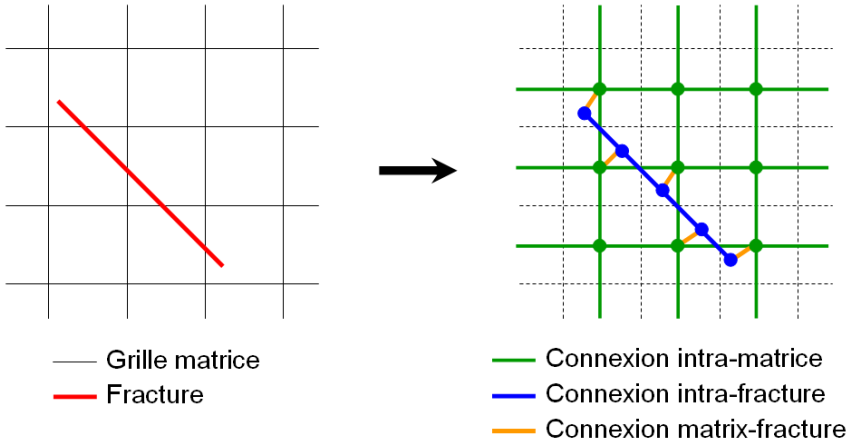


FIG. 2.31 – Extraction des connexions matrice-fractures du *PipeNetwork*

Il est à noter que dans ce cas, comme pour les connexions intra-fractures, une approximation est faite dans le calcul des transmissibilités entre chaque sous-bloc de matrice et la fracture. En effet, les interfaces ne sont pas perpendiculaires aux lignes reliant les centres des différents

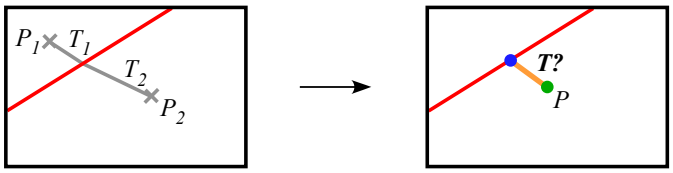


FIG. 2.32 – Approximation de la transmissibilité des connexions matrice-fractures

éléments mis en jeu (Figure 2.32), et une erreur d'ordre $\circ(1)$ est introduite. De plus, seules des perméabilités isotropes sont actuellement traitées dans l'évaluation de la transmissibilité. Dans le cas de perméabilités non isotropes, il est nécessaire d'évaluer le coefficient de perméabilité, pour la fracture et pour la matrice, dans la direction des connexions reliant les centres des volumes de contrôle de fracture et de matrice.

Extraction des connexions entre fractures se recoupant

Enfin, des connexions sont établies entre deux fractures se recoupant. Pour cela, il est nécessaire de calculer l'exacte intersection entre deux polygones de fracture enchâssés dans une cellule de la grille de matrice. Une fois la géométrie de l'intersection définie pour chacun des couples de polygones de fracture dans chacune des cellules, les transmissibilités peuvent alors être calculées. La procédure adoptée ici est la même que celle proposée par Karimi-Fard et al. (2004) faisant intervenir les transformations étoile-polygones pour éliminer les faibles volumes créés à l'intersection entre fractures (Équation 2.15, Figure 2.33).

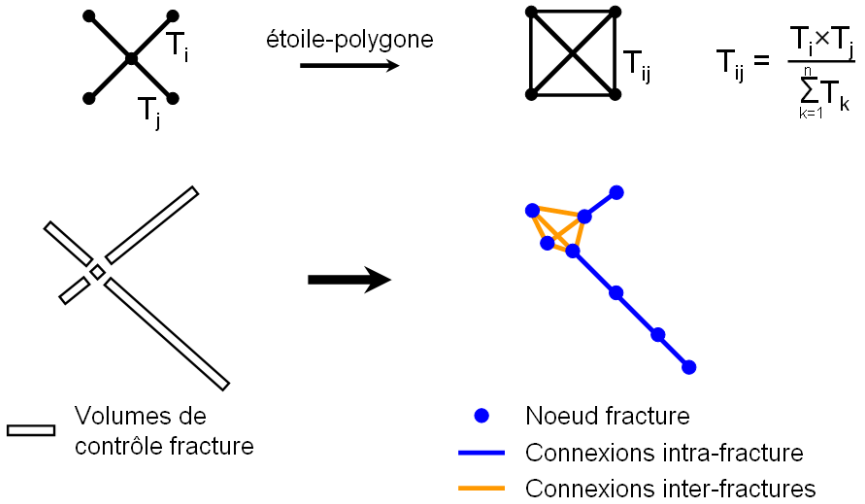


FIG. 2.33 – Extraction des connexions inter-fractures entre deux fractures sécantes : utilisation de la transformation électrique étoile-polygone

2.4.5 Performances de l'algorithme d'extraction

Afin d'évaluer les performances des algorithmes d'intersection pour l'extraction du *PipeNetwork*, un jeu de donnée 3D constitué d'une grille irrégulière de 62 500 cellules et d'un réseau de fractures à 43 576 fractures est utilisé. Le *PipeNetwork* généré se compose de 260 301 noeuds et 587 401 connexions (Figure 2.34). L'extraction a été effectuée en 5 minutes et 30 secondes sur un ordinateur portable (Pentium 4, 3.2 GHz, RAM 1 GB), le temps étant réparti entre les différents algorithmes d'extraction comme indiqué Figure 2.35.

Le temps de calcul des connexions intra-matrices est négligeable (environ 1 seconde) ; en effet pour celles-ci la géométrie exacte du problème est déjà connue et tous les paramètres nécessaires au calcul des transmissibilités sont directement disponibles comme paramètres géométriques de la grille de matrice.

Les connexions intra-fractures et matrice-fractures sont extraites lors d'une même étape puisque les informations géométriques nécessaires pour le calcul des transmissibilités associées sont les mêmes. Leur extraction est relativement rapide et représente environ 23% du temps d'extraction total. Pour ces deux types de transmissibilité, il est nécessaire de disposer de la géométrie exacte des volumes de contrôle de fracture, déterminée en calculant le polygone de chaque fracture enchâssé dans une cellule de matrice. Ainsi, l'aire de contact entre deux volumes de contrôle de fracture, et la distance entre les deux centres de ces volumes sont directement déterminées pour le calcul des transmissibilités intra-fractures. L'aire de contact entre les volumes de contrôle de matrice et de fracture, entrant dans l'estimation des transmissibilités matrice-fractures, correspond directement à l'aire du polygone de fracture extrait. Il est ensuite nécessaire d'effectuer un deuxième calcul d'intersection pour estimer les distances entre les différents centres entrant en jeu dans l'évaluation des ces transmissibilités.

Enfin, le calcul des connexions inter-fractures représente la plus grande partie du temps d'extraction (environ 77%). En effet, le nombre d'intersections entre fractures est ici multiplié par le nombre de blocs délimitant les volumes de contrôle de fracture. Quand une intersection entre fractures est détectée, il faut ensuite délimiter les portions de la trace d'intersection pour chaque bloc de matrice dans lesquels les fractures sont enchâssées. Comme l'algorithme d'intersection est appliqué sur les polygones de fractures discrètes, à ce stade, les éléments constitutifs du *PipeNetwork* entrant en jeu ne sont pas connus. Il faut donc retrouver tous les noeuds du *PipeNetwork* correspondant à chaque couple de bloc de matrice et fracture, et déterminer parmi eux, les noeuds qui doivent être connectés, pour ensuite créer les différentes transmissibilités. Il est à noter que l'algorithme implanté ici n'est pas optimal, et que des résultats plus performants pourraient être obtenus. Les résultats seraient notamment significativement améliorés en couplant le calcul des intersections entre les fractures et chaque cellule de la grille et celui des intersection entre fractures dans chaque cellule. Ainsi, tous les éléments entrant en jeu pour la création des différentes connexions seraient tous déterminés.

2.4.6 Bilan

Par l'utilisation d'une représentation par liste de connectivités pour discrétiser conjointement le volume de matrice, initialement représenté par une grille structurée irrégulière, et un réseau

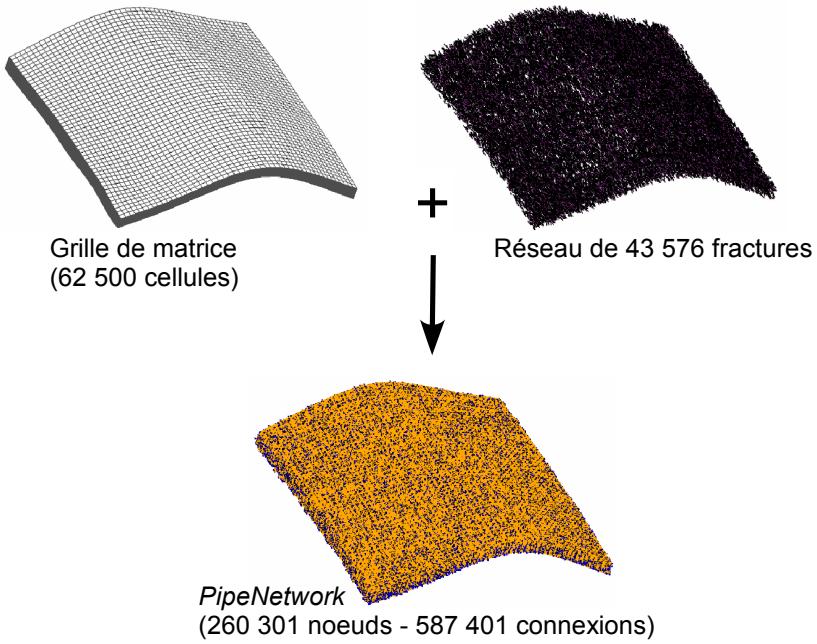


FIG. 2.34 – Modèle fracturé 3D complexe pour évaluer les performances de l'algorithme d'extraction du *PipeNetwork*

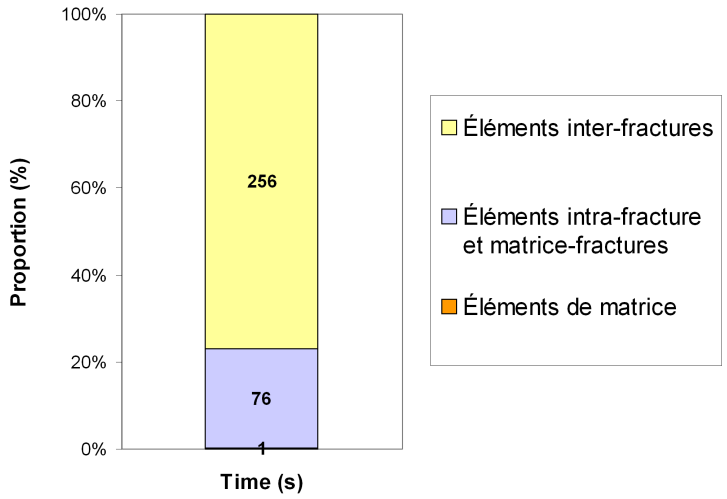


FIG. 2.35 – Distribution du temps pour les différentes étapes de l'algorithme d'extraction du *PipeNetwork*

de fractures représenté explicitement par des polygones, il est possible de modéliser efficacement, en trois dimensions, de larges domaines contenant un grand nombre de fractures, tout en tenant compte des échanges au sein de la matrice. Ainsi, la méthode proposée offre la possibilité de bénéficier des avantages d'une représentation par grille structurée pour la matrice. En outre, il

est à noter que la technique d'extraction n'est pas limitée à ce seul type de grille, et qu'une grille non structurée peut également être utilisée pour représenter initialement le volume matriciel.

Toutefois, par souci de performance, quelques approximations sont introduites dans notre modèle. D'abord, le calcul des transmissibilités, reposant sur un schéma *TPFA*, ne sera exact que dans les conditions d'application de ce schéma. Les principaux points problématiques de notre méthode sont dus au fait que chaque fracture est liée à tout un volume de matrice environnant par une unique connexion, ce qui entraîne l'introduction d'erreurs dans la discrétisation : (1) la création d'une connexion unique matrice-fracture requiert l'hypothèse d'une pression constante au sein de tout le volume de matrice, impliquant un profil de pression non symétrique de part et d'autre de la fracture (Figure 2.36) ; (2) si un bloc de matrice contient une fracture, alors la fracture n'influencera pas l'échange entre deux blocs adjacents de matrice comme elle le devrait, puisque seul le noeud de matrice du bloc fracturé sera connecté à la fracture (Figure 2.37) ; et enfin (3) deux fractures proches ne s'influenceront pas mutuellement, puisque les fractures étant discrétisées indépendamment, aucune connexion ne les relie (Figure 2.38).

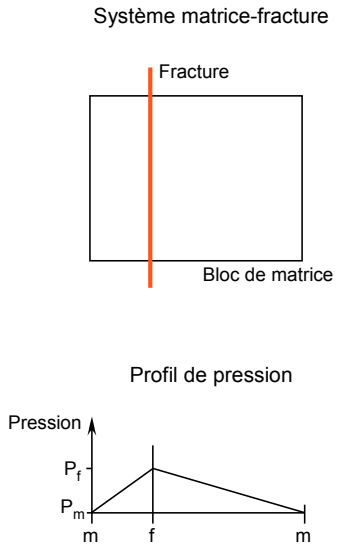


FIG. 2.36 – Profil de pression non symétrique de part et d'autre d'une fracture

Pour limiter les approximations, le *PipeNetwork* devrait être extrait directement depuis la grille fine, et ne discrétiser que les fractures moyennes à grandes, de façon à minimiser le nombre de fractures incluses dans une cellule de la grille de matrice. Notre méthode est donc adaptée à une approche hiérarchique, pour laquelle il est toutefois nécessaire prendre en compte les petites fractures. L'effet de ces fractures devrait être pris en compte dans la perméabilité de matrice comme par la technique développée par Oda (1985). Toutefois, il est alors nécessaire de coupler notre discrétisation des fractures intermédiaires à grandes avec un modèle continu caractérisé par des perméabilités anisotropes, dues aux petites fractures. Or, nous ne proposons actuellement pas de méthode pour calculer les transmissibilités matrice-fractures dans le cas de perméabilités anisotropes.

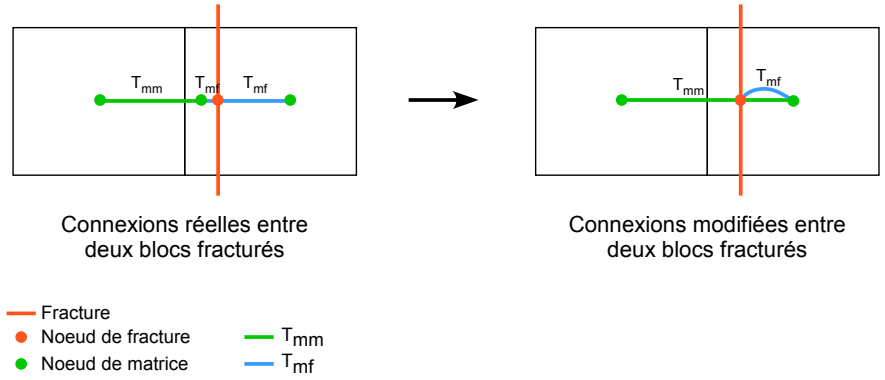


FIG. 2.37 – Altération des échanges entre deux blocs de matrice fracturés

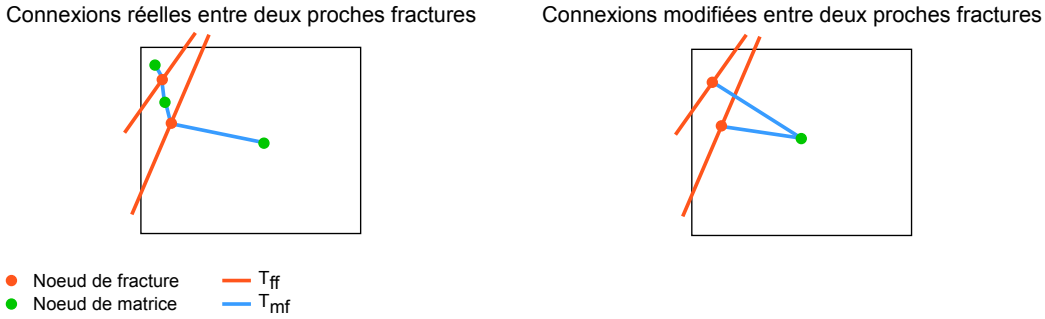


FIG. 2.38 – Altération des échanges entre fractures proches

Par ailleurs, les fractures agissant comme barrières à l'écoulement ne seront pas traitées par notre méthode. Dans ce cas, il serait en effet nécessaire de modifier les connexions reliant deux blocs de matrice, afin que les échanges soient affectés par la présence de barrières.

Cependant, ce sont ces approximations qui permettent de créer un maillage aussi efficacement, et les temps d'extraction peuvent encore être améliorés. Ainsi la technique est suffisamment flexible pour modéliser les configurations géométriques les plus complexes ; le temps d'extraction nécessaire à un large modèle avec de nombreuses fractures reste raisonnable sur un poste de travail standard ; le coût mémoire de la structure de données *PipeNetwork* est relativement faible, considérant qu'il représente une grille non structurée. Pour le modèle créé Section 2.4.5, seulement 80MB ont été nécessaires au stockage du *PipeNetwork*.

2.5 Validation du *PipeNetwork* par comparaison avec une discrétisation volumes finis

La discrétisation présentée précédemment est très proche de celle proposée dans (Karimi-Fard et al., 2004) (voir Section 2.3.2 pour une description). Les transmissibilités sont calculées de la même façon, excepté pour les échanges matrice-fractures, où des approximations entrent

dans la discrétisation par le *PipeNetwork*. Cependant pour les transmissibilités matrice-matrices, notre méthode, reposant sur une grille structurée, sera plus exacte que celle de Karimi-Fard et al. (2004) qui utilise un maillage non structuré. Le travail présenté ci-après a été effectué en collaboration avec l'équipe du SUPRI-B de l'université de Stanford.

2.5.1 Jeu de données et paramètres de simulation

Pour comparer les deux techniques, nous utilisons une portion du jeu de données présenté dans (Lee et al., 2001) (Figure 2.39) contenant 70 fractures. Le réseau de fractures est globalement bien connecté, cependant si l'on considère la position des puits, la connectivité du réseau de fractures n'assure pas l'acheminement du fluide du puits injecteur au puits producteur ; à un certain point, le fluide doit passer par la matrice. Ainsi le modèle permet de bien comparer à la fois l'écoulement dans les fractures, dans la matrice, et, plus important encore, d'apprécier les approximations effectuées lors de l'extraction des connexions matrice-fractures.

La perméabilité de la matrice est $k_m = 0.1$ mD et celle des fractures est $k_f = 10^4$ mD. La porosité pour les deux milieux est de $\phi_m = \phi_f = 25\%$. Le modèle issu de la discrétisation de Karimi-Fard et al. (2004) est appelé *Discrete Fracture Model (DFM)* et notre modèle est appelé *PipeNetwork (PN)*. Le *DFM* est constitué de 5152 volumes de contrôle pour la matrice et 988 pour les fractures, et 9841 connexions. Pour obtenir une résolution globale similaire dans le modèle du *PipeNetwork*, afin de minimiser les différences observées entre les deux modèles qui seraient dues aux erreurs de discrétisation, une grille constituée de 5625 cellules a été utilisée pour l'extraction. Le *PN* résultant présente donc 5625 volumes de contrôle pour la matrice et 1989 pour les fractures, et 15284 connexions. Le *PipeNetwork* présente donc environ deux fois plus de noeuds de fracture que le *DFM*. Pour chacune des simulations, nous utiliserons le modèle sans fracture comme témoin d'expérience. Cela permettra notamment d'évaluer l'application du schéma *TPFA* selon la formule de l'Équation 2.14 pour le maillage non structuré du *DFM*, puisqu'à l'inverse pour le *PN* ce schéma est exact dans le cadre d'une grille structurée et une perméabilité isotrope. Les deux méthodes de discrétisation donnent en sortie une liste de volumes de contrôle et une liste de connectivités qui sont directement utilisées comme entrée du simulateur *General Purpose Research Simulator (GPRS)*, développé à l'université de Stanford.

Pour toutes les simulations, un système eau-huile est considéré ; l'eau est injectée depuis le coin inférieur gauche et l'huile est produite au coin supérieur droit sur la Figure 2.39. Les deux puits sont contrôlés en pression à 8000 psia (55.2×10^6 Pa) pour l'injecteur et 4000 psia (27.5×10^6 Pa) pour le producteur. Ils sont directement connectés à une fracture. Une forte valeur a donc été choisie pour l'indice de puits, de 10^{11} mD.ft, et utilisée pour les deux modèles. Il est à noter ici que les volumes des cellules aux puits étant différents entre les deux modèles, utiliser le même indice de puits peut être source de différence entre les modèles. Le volume de la cellule au puits producteur est de 2.34 ft^3 (0.066 m^3) dans le *DFM* et 1.53 ft^3 (0.043 m^3) dans le *PN*. Le volume de la cellule au puits injecteur est de 2.03 ft^3 (0.057 m^3) dans le *DFM* et 1.62 ft^3 (0.046 m^3) dans le *PN*.

Afin de comparer les deux méthodes, nous avons simulé quatre types d'écoulement. Pour chacun, les résultats analysés sont :

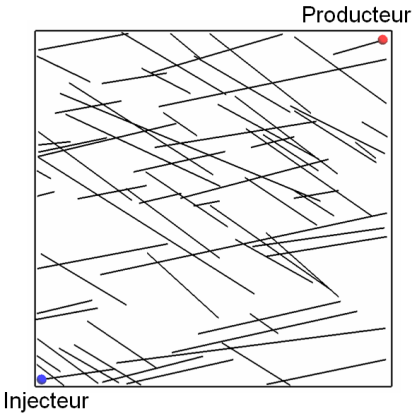


FIG. 2.39 – Jeu de données utilisé pour la comparaison des discrétisations

- Les courbes de production (huile cumulée et pourcentage d'eau au puits producteur) pour un total de volume poreux d'eau injectée de 2 ;
- Les distributions de pression et saturation à 1 volume poreux d'eau injecté ; les cartes de pression et saturation et les diagrammes quantile-quantile de leur distribution sont comparées.

Les diagrammes quantile-quantile confrontent les distributions de pression ou saturation du *PN* avec celles du *DFM*. Ils aident à mieux estimer les différences entre les deux modèles pour la pression et la saturation. En raison de leur géométrie très différente, il est en effet difficile de quantifier les différences des deux discrétisations à partir des cartes de pression et saturation.

2.5.2 Écoulement diphasique incompressible

Une première comparaison est effectuée pour un écoulement diphasique incompressible. Une même courbe de perméabilité relative, linéaire, est utilisée pour les fractures et la matrice et aucune pression capillaire n'est prise en compte.

Comparaison des courbes de production (Figure 2.41)
Les courbes pour les modèles non fracturés coïncident exactement. Pour les modèles fracturés, l'erreur relative en huile cumulée est de 2%, et celle en pourcentage d'eau récupérée au puits producteur est de 1.6%.

Comparaison des pressions et saturations (Figures 2.45, 2.49 et 2.53)
Les cartes de pression et de saturation montrent des distributions tout à fait similaires entre les deux modèles. Ceci est mis en évidence par les diagrammes quantile-quantile où l'on observe que les points de données sont approximativement alignés avec la bissectrice qui témoigne de deux distributions identiques. L'erreur relative pour la pression dans les fractures est de 0.38% et de 0.36% dans la matrice. Celle de la saturation est de 1.54% dans les fractures et de 5.84% dans la matrice (les centiles P0 et P10 ne sont pas pris en compte dans la moyenne).

2.5.3 Écoulement diphasique compressible

Un deuxième système compressible est ensuite simulé. L'eau est toujours incompressible, mais l'huile a une compressibilité de $c_o = 2.0 \times 10^{-9}$ Pa^{-1}. La roche est légèrement compressible avec $c_R = 3.0 \times 10^{-6}$ Pa^{-1}. À nouveau la courbe de perméabilité relative est linéaire et identique pour la matrice et les fractures ; aucune pression capillaire n'est considérée.

Comparaison des courbes de production (Figure 2.42)
Les courbes de production des modèles non fracturés montrent un accord parfait. Pour le cas fracturé, les courbes de production d'huile cumulée montrent une faible différence de 2.3%. Les courbes de pourcentage d'eau au puits producteur sont similaires (erreur relative de 0.8%).

Comparaison des pressions et saturations (Figures 2.46, 2.50 et 2.54)
Les distributions de pression et saturation pour le *PN* et le *DFM* sont très similaires, comme le montrent les cartes et les diagrammes quantile-quantile. À nouveau, les points s'alignent sur la bissectrice. L'erreur relative pour la pression dans les fractures est de 0.36% et de 0.5% dans la matrice. Celle de la saturation est de 1.15% dans les fractures et de 4.66% dans la matrice (les centiles P0 et P10 ne sont pas pris en compte dans la moyenne).

2.5.4 Écoulement diphasique incompressible avec perméabilité relative

Les réservoirs fracturés, par leur comportement de double milieu, vont généralement présenter deux descriptions différentes de perméabilité relative selon qu'on se trouve au sein de la matrice ou des fractures. Les courbes de perméabilité relative pour la matrice et les fractures sont illustrées Figure 4.27.

	Matrice		Fracture	
Sw	Krw	Kro	Krw	Kro
0	0	1	0	1
0.1	0	0.96	0.1	0.9
0.2	0	0.875	0.2	0.8
0.25	0	0.8	0.25	0.75
0.3	0.01	0.7	0.3	0.7
0.4	0.04	0.43	0.4	0.6
0.5	0.075	0.23	0.5	0.5
0.6	0.125	0.1	0.6	0.4
0.7	0.2	0.025	0.7	0.3
0.8	0.3	0	0.8	0.2
0.9	0.575	0	0.9	0.1
1	1	0	1	0

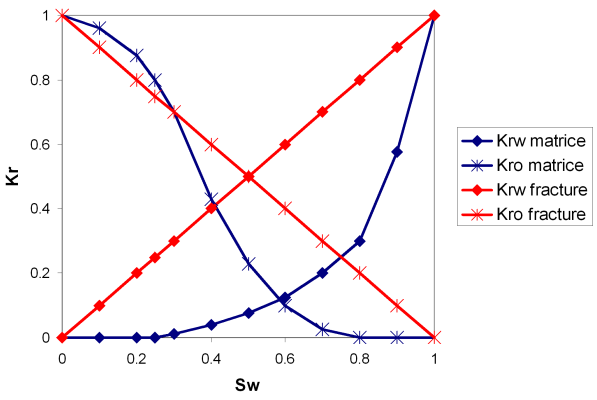


FIG. 2.40 – Courbes de perméabilité relative pour la matrice et les fractures

Comparaison des courbes de production (Figure 2.43)
Les modèles non fracturés, avec une perméabilité relative unique de la matrice, sont identiques.

Pour le modèle fracturé, les courbes de production montrent un bon accord entre les deux discrétisations. Les courbes de production d'huile cumulée affichent une erreur relative de 2.65%, et celles du pourcentage d'eau récupérée ont un écart faible de 1.45%.

Comparaison des pressions et saturations (Figures 2.47, 2.51 et 2.55)
La pression et la saturation montrent des distributions semblables dans les deux modèles. Une divergence toutefois est observée pour les faibles valeurs de saturation dans la matrice, où le centile P20 est de 0.024 dans le *DFM* et de 0.16 dans le *PN*.

L'erreur relative pour la pression dans les fractures est de 0.45% et de 0.55% dans la matrice. Celle de la saturation est de 1.46% dans les fractures et de 1.4% dans la matrice (le centile P20 n'est pas pris en compte dans la moyenne).

2.5.5 Écoulement diphasique incompressible avec pression capillaire

L'effet de la pression capillaire est ensuite étudié, pour un écoulement incompressible. Ceci permet notamment de mettre mieux en évidence la différence entre les deux modèles, et tente d'évaluer l'erreur commise lors du calcul des connexions matrice-fractures. Sous l'effet de la pression capillaire, le fluide injecté aura tendance à s'épancher depuis les fractures vers la matrice. Cet effet est particulièrement intéressant et souvent exploité pour optimiser la récupération d'huile, en raison du meilleur drainage du volume matriciel, source en huile, par le fluide injecté.

Les données de pression capillaire pour la matrice sont rassemblées dans le Tableau 2.1. La pression capillaire est nulle au sein des fractures.

S_w	P_c
0	200
0.2	50
0.4	9
0.6	2
0.9	0.5
1	0

Tab. 2.1 – Données de pression capillaire pour la matrice

Comparaison des courbes de production (Figure 4.37)
Les modèles non fracturés, avec une pression capillaire unique de la matrice, sont identiques. Pour le modèle fracturé, les courbes de production sont très proches : l'erreur relative pour l'huile cumulée est de 1.67% et celle pour le pourcentage d'eau récupérée est de 0.85% seulement.

Comparaison des pressions et saturations (Figures 2.48, 2.52 et 2.56)
Comme pour les scénarios d'écoulement précédents, la pression et la saturation affichent une répartition spatiale similaire entre les deux modèles. Les diagrammes quantile-quantile témoignent

également de distributions semblables, bien qu'une faible différence soit observée à nouveau pour les faibles valeurs de saturation (centile P10 dans les fractures).

L'erreur relative pour la pression dans les fractures est de 0.37% et de 0.39% dans la matrice. Celle de la saturation est de 2.06% dans les fractures (les centiles P0 et P10 ne sont pas pris en compte dans la moyenne) et de 2.16% dans la matrice (le centile P0 n'est pas pris en compte dans la moyenne).

2.5.6 Discussion

La comparaison de la discrétisation proposée dans cette thèse avec celle de Karimi-Fard et al. (2004) permet de valider les approximations introduites dans notre modèle pour les connexions entre matrice et fractures. À la fois la production d'huile et le taux de récupération d'eau montrent un très bon accord des deux modèles pour divers types d'écoulement, dont des simulations double porosité/double perméabilité. Les erreurs relatives sont en moyenne inférieures ou égales à 2% (Tableau 2.2). Les diagrammes quantile-quantile des pressions et saturations démontrent que les deux distributions sont semblables, et leurs cartes illustrent une répartition spatiale similaire. Les faibles écarts observés sont tout à fait acceptables et peuvent s'expliquer par la différence des deux maillages, qui offrent un échantillonnage des fractures très différents. Le *PN* contient deux fois plus de noeuds de fractures que le *DFM* pour un nombre de noeuds de matrice équivalent, ce qui entraîne des volumes de cellules de fracture environ deux fois plus petits dans le *PN*. Par conséquent, il est difficile de reproduire exactement le même comportement à l'écoulement pour les deux discrétisations. En particulier, le scénario d'écoulement avec pression capillaire affiche des erreurs relatives très faibles. Or, les échanges entre matrice et fractures jouent un rôle important pour ce type d'écoulement. Une faible différence indique donc que les approximations faites sur les connexions matrice-fractures dans le *PN* sont valides.

La comparaison des solutions pour les modèles non fracturés, l'un structuré et l'autre non, a également permis de valider l'utilisation d'un schéma *TPFA* pour le calcul des transmissibilités sur grille non structurée.

	Incompressible	**Compressible**	$\mathbf{k_r}$	$\mathbf{p_c}$
Huile cumulée	2%	2.3%	2.65%	1.67%
Pourcentage d'eau	1.6%	0.8%	1.45%	0.85%
Pression	0.37%	0.43%	0.5%	0.38%
Saturation	3.69%	2.9%	1.43%	2.11%

Tab. 2.2 – Erreurs relatives entre le *DFM* et le *PN* pour différents scénarios d'écoulement

Par ailleurs, la construction de notre modèle *PipeNetwork* est simple et rapide pour de larges domaines, et permet de traiter des géométries très complexes. Au contraire, la génération d'un *DFM* sur de larges domaines demandent un temps important et souvent un prétraitement des données par l'utilisateur. De plus, la méthode de maillage ne propose pas de solution pour des configurations complexes comme celles répertoriées par Reichenberger et al. (2006), et risque donc de produire des maillages de mauvaise qualité qui ne pourront être ensuite utilisés pour la

simulation d'écoulement.

Actuellement le *PipeNetwork* ne permet pas de traiter les fractures qui agissent comme des barrières à l'écoulement. Au contraire, le *DFM* intègre parfaitement ce type de fractures dans sa modélisation, sans le besoin d'un traitement spécifique.

2.6 Conclusion

Afin de mieux comprendre et étudier avec précision les comportements des écoulements de fluides au sein de milieux fracturés, mais aussi d'obtenir des modèles à l'échelle grossière précis pour la simulation d'écoulement dans le cadre de l'exploitation de réservoirs pétroliers, il est nécessaire de disposer de méthodes efficaces de maillage. Or, par la complexité géométrique des formations fracturées et le grand nombre de fractures, les méthodes classiques de génération de maillage contraint non structuré échouent sur de tels modèles. Il apparaît donc nécessaire d'explorer de nouvelles méthodes, plus originales, afin de trouver le meilleur compromis entre précision et efficacité.

La méthode développée dans cette thèse utilise une liste de connectivités pour mailler conjointement la matrice, décrite par une grille basée blocs, et les fractures discrètes (objets 2D ou 3D). Elle permet ainsi de modéliser les échanges à l'intérieur de la matrice, à l'intérieur du réseau de fractures, et entre les fractures et la matrice. Afin de coupler la matrice et les fractures, il est nécessaire de contraindre la discrétisation des fractures par le maillage de la grille utilisée pour représenter le volume matriciel. L'extraction de cette liste de connectivités a donc demandé le développement de différents algorithmes d'intersection efficaces entre polygones ou entre polygones et polyèdres. La performance de ces algorithmes permet d'extraire un *PipeNetwork* en un temps très raisonnable sur des modèles 3D complexes. Les avantages principaux de cette technique sont donc :

- Une grande flexibilité pour la représentation précise de géométries complexes.
- Une efficacité des algorithmes de génération de maillage, qui rend possible la modélisation de larges modèles 3D contenant de nombreuses fractures.
- Un coût mémoire minime pour une grille non structurée, qui permet de représenter des modèles fins et complexes.
- Une représentation initiale de la matrice par une grille structurée, actuellement disponible dans tous les logiciels de modélisation, qui permet l'application du schéma *TPFA*.
- Le transfert direct à tout simulateur d'écoulement qui accepte en entrée une liste de connectivités.

L'efficacité de la méthode développée nécessite toutefois des approximations. Celles-ci sont faites lors du calcul des connexions entre matrice et fractures : (1) la pression est supposée constante dans un volume de contrôle de matrice recoupé par une fracture, (2) les échanges entre deux volumes de matrice, dont au moins un est recoupé par une fracture, ne sont pas affectés par la présence de la fracture, un traitement spécifique devra donc être utilisé pour des fractures agissant comme barrières à l'écoulement, et (3) deux proches fractures n'interagissent pas directement, et le flux doit passer par les connexions reliant chaque fracture au volume de

contrôle de matrice. Toutefois la comparaison entre notre discrétisation et celle proposée dans (Karimi-Fard et al., 2004) montre que ces approximations restent peu préjudiciables avec une résolution de la grille de matrice appropriée, pour différents types d'écoulement, dont des comportements de double milieu.

Cette discrétisation peut ensuite être utilisée à la base de tout type de méthodes de changement d'échelle, selon une approche hybride pour la simulation des réservoirs fracturés, comme nous le verrons au Chapitre 4.

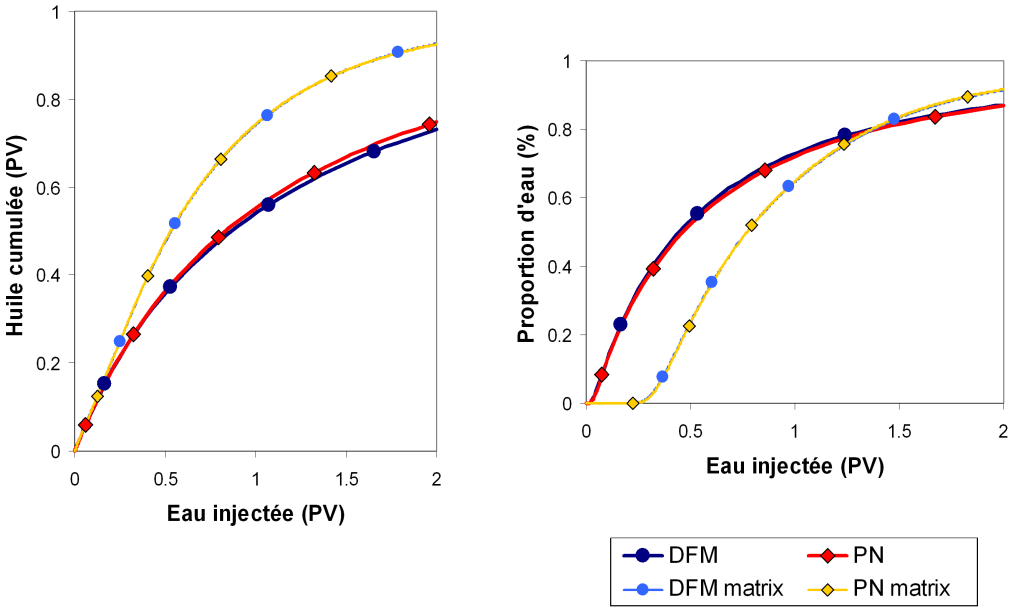


FIG. 2.41 – Comparaison des courbes de production du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible

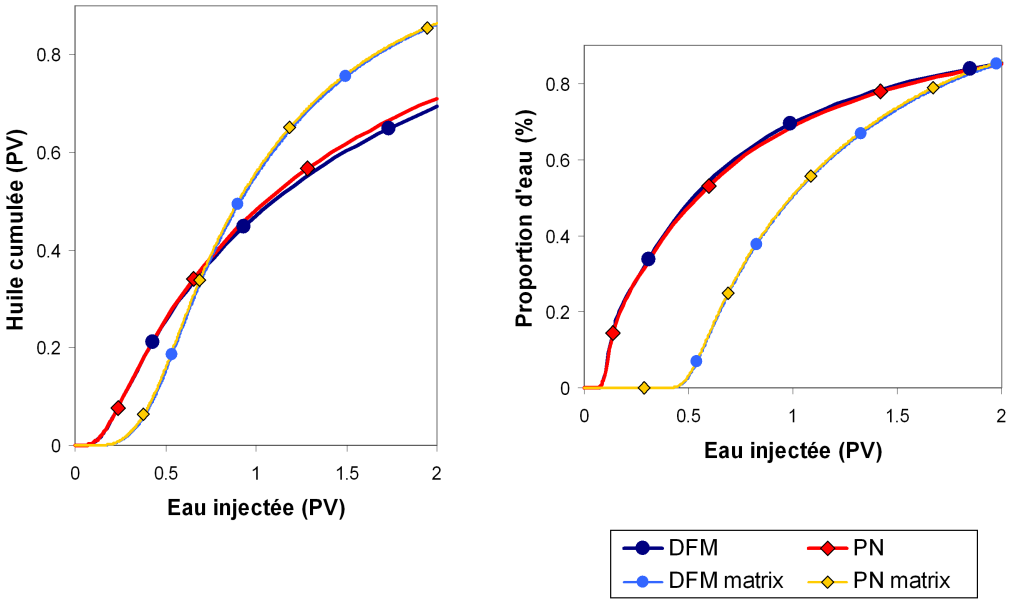


FIG. 2.42 – Comparaison des courbes de production du *DFM* et du *PN* pour un écoulement compressible

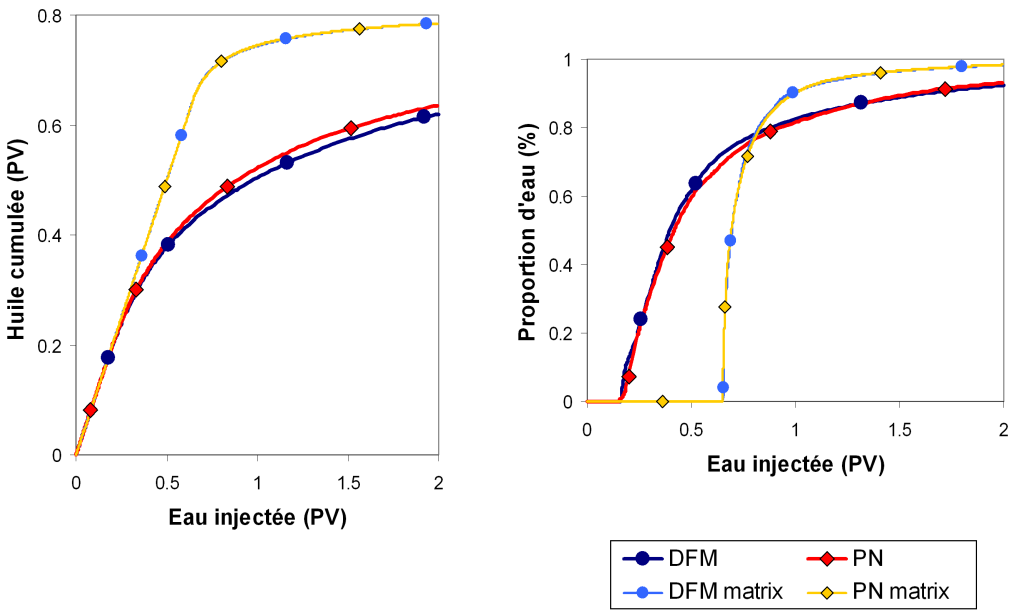


FIG. 2.43 – Comparaison des courbes de production du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible avec perméabilité relative

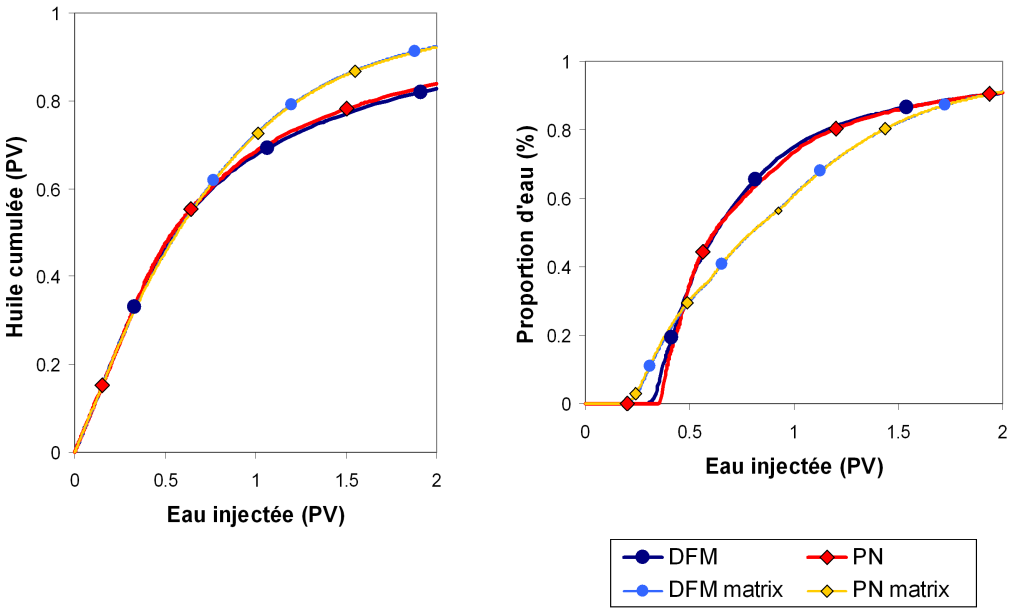


FIG. 2.44 – Comparaison des courbes de production pour le *DFM* et le *PN* pour un écoulement incompressible avec pression capillaire

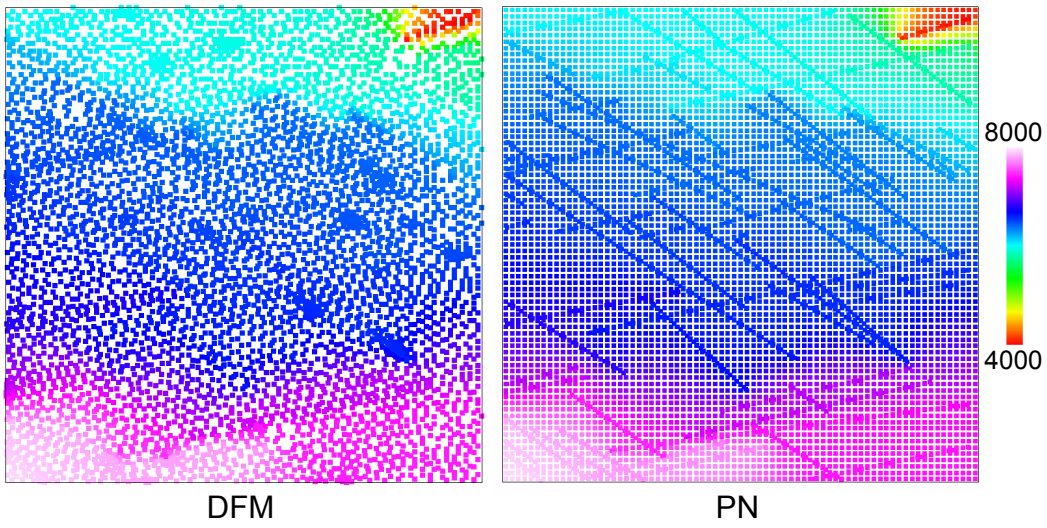


FIG. 2.45 – Comparaison de la distribution de pression du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible

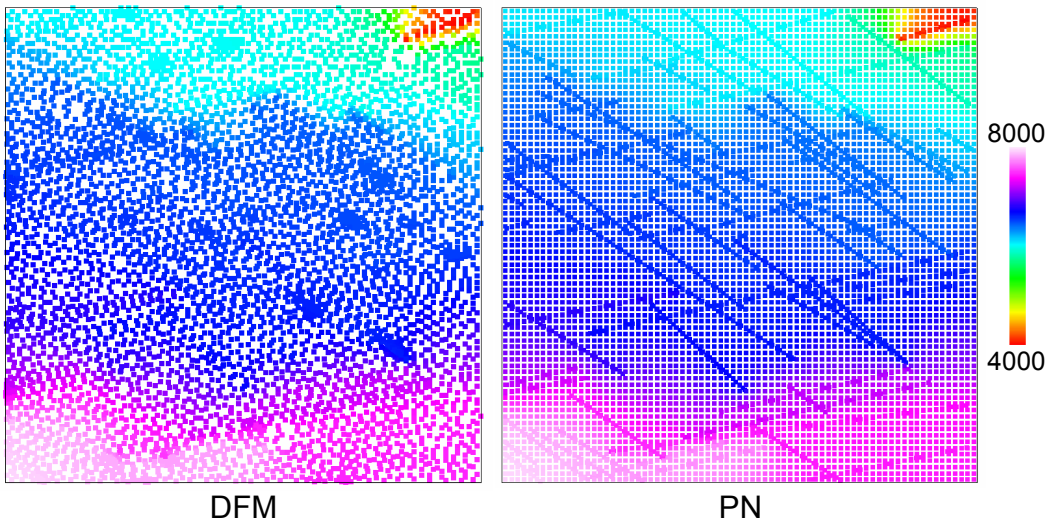


FIG. 2.46 – Comparaison de la distribution de pression du *DFM* et du *PN* pour un écoulement compressible

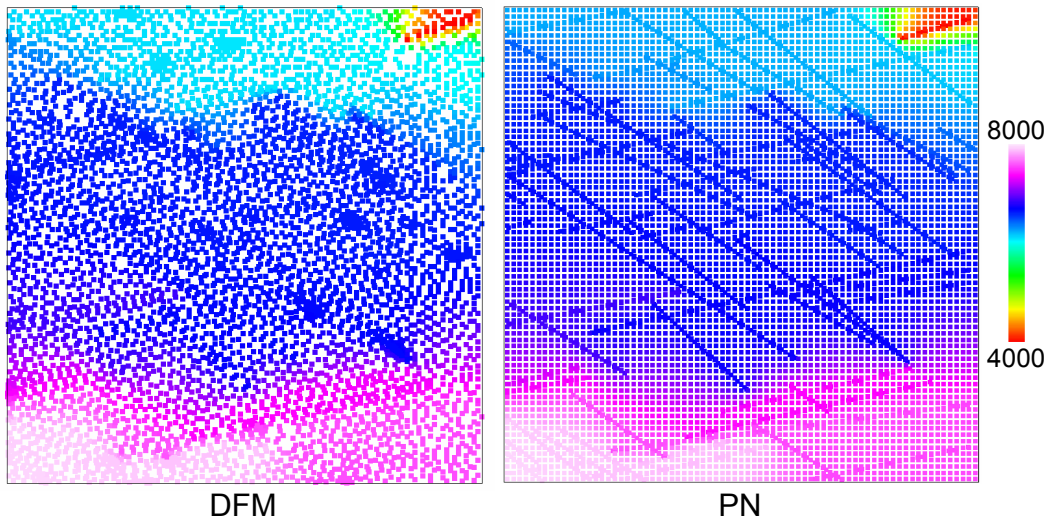


FIG. 2.47 – Comparaison de la distribution de pression du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible avec perméabilité relative

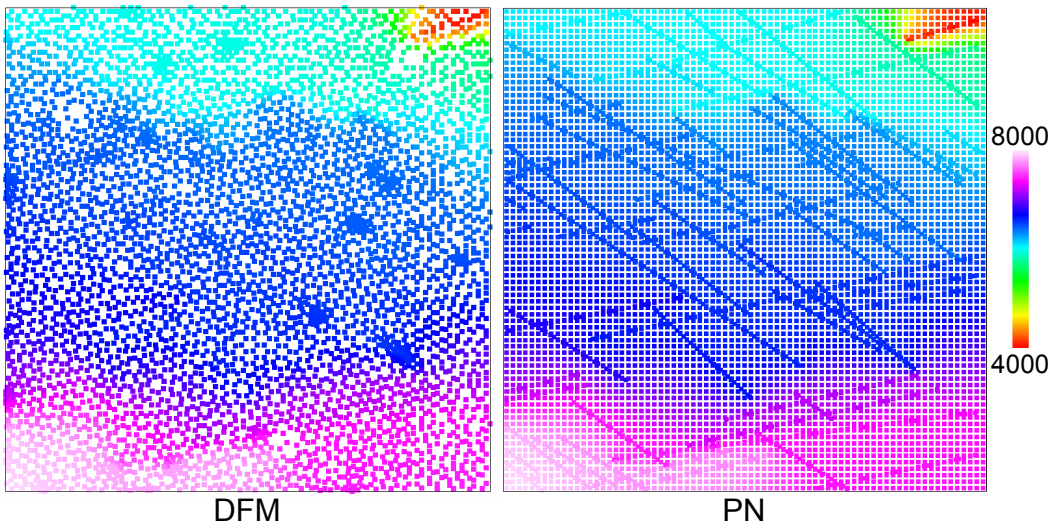


FIG. 2.48 – Comparaison de la distribution de pression du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible avec pression capillaire

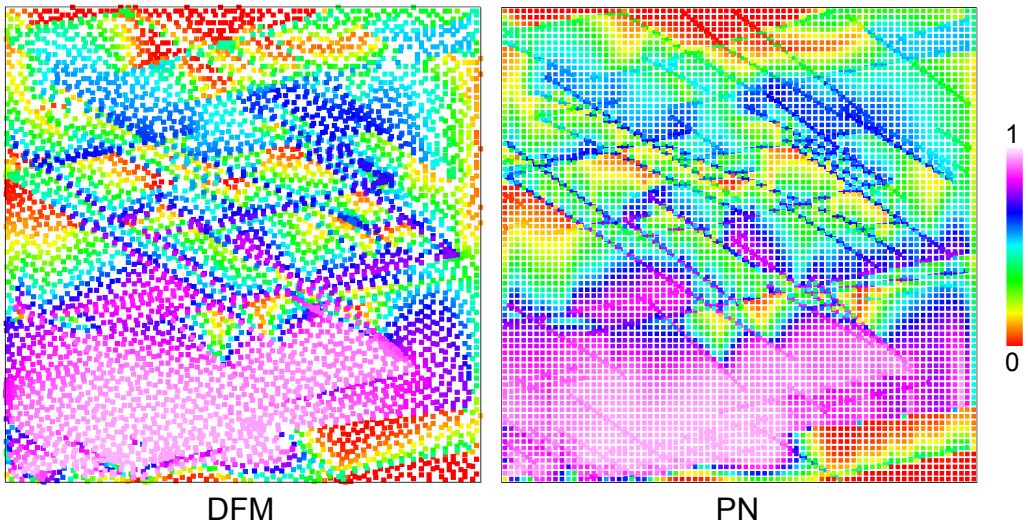


FIG. 2.49 – Comparaison de la distribution de saturation du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible

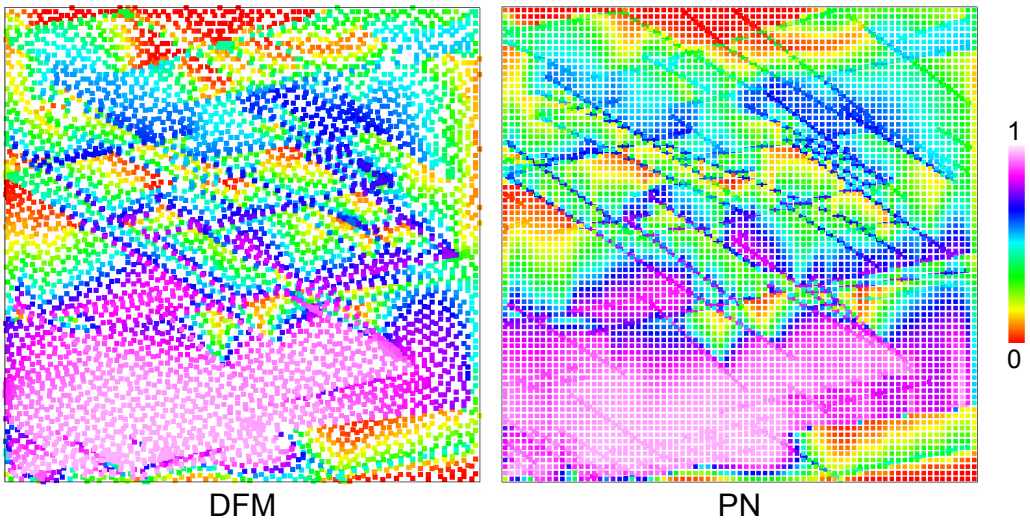


FIG. 2.50 – Comparaison de la distribution de saturation du *DFM* et du *PN* pour un écoulement compressible

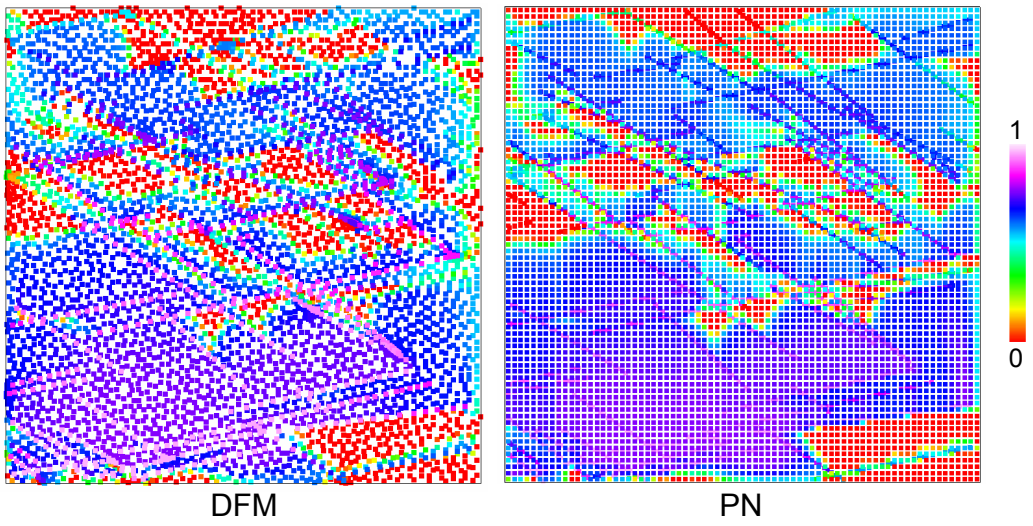


FIG. 2.51 – Comparaison de la distribution de saturation du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible avec perméabilité relative

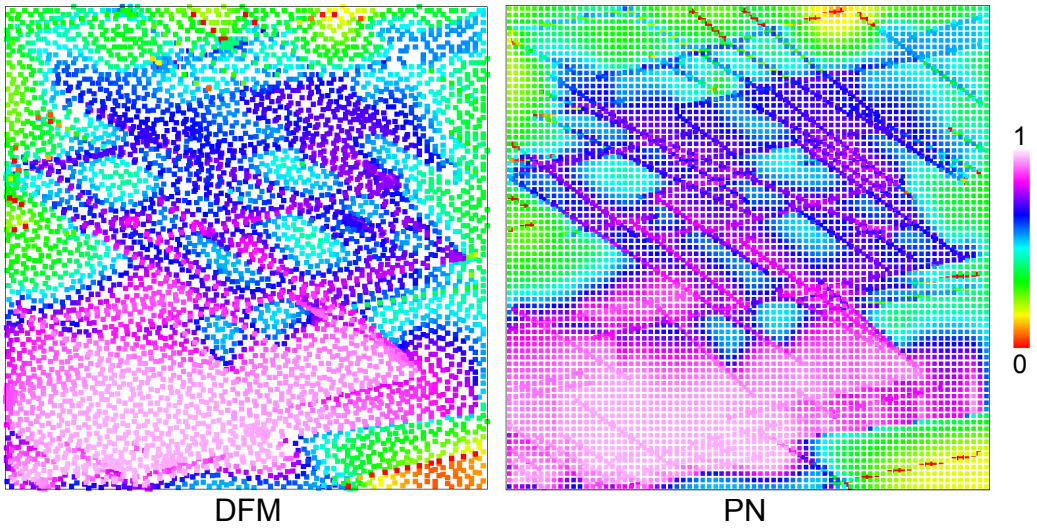


FIG. 2.52 – Comparaison de la distribution de saturation du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible avec pression capillaire

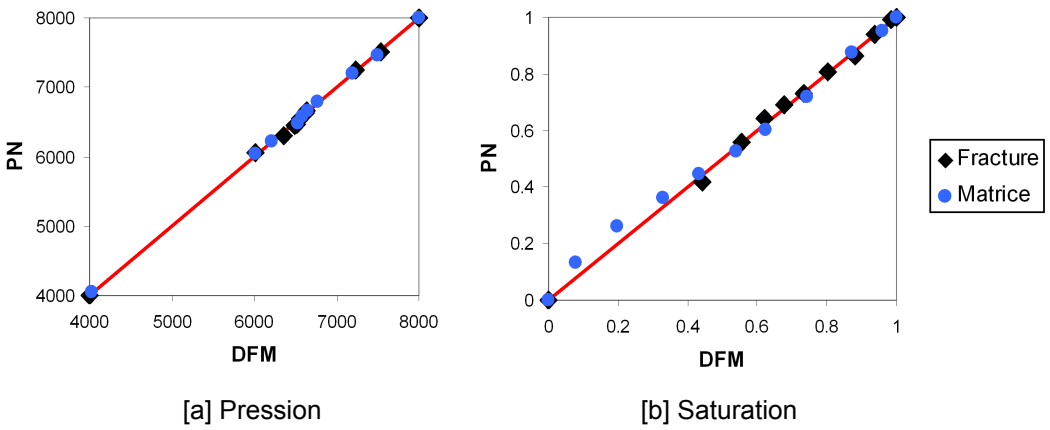


FIG. 2.53 – Diagramme quantile-quantile de la pression et de la saturation sur le PN en fonction du DFM pour un écoulement incompressible

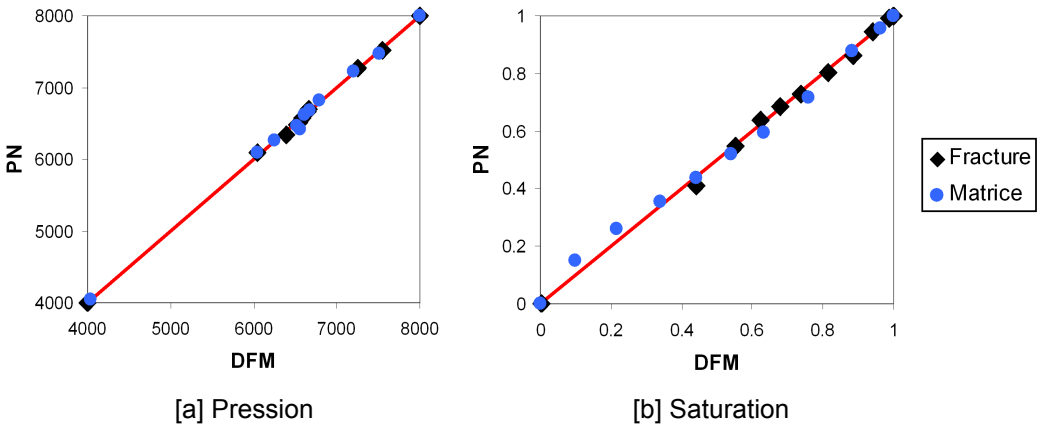


FIG. 2.54 – Diagramme quantile-quantile de la pression et de la saturation sur le PN en fonction du DFM pour un écoulement compressible

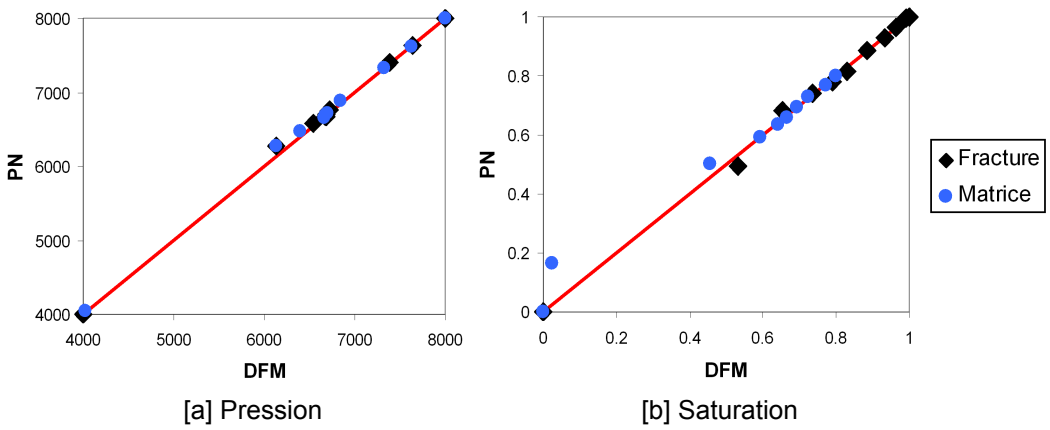


FIG. 2.55 – Diagramme quantile-quantile de la pression et de la saturation sur le PN en fonction du DFM pour un écoulement incompressible avec perméabilité relative

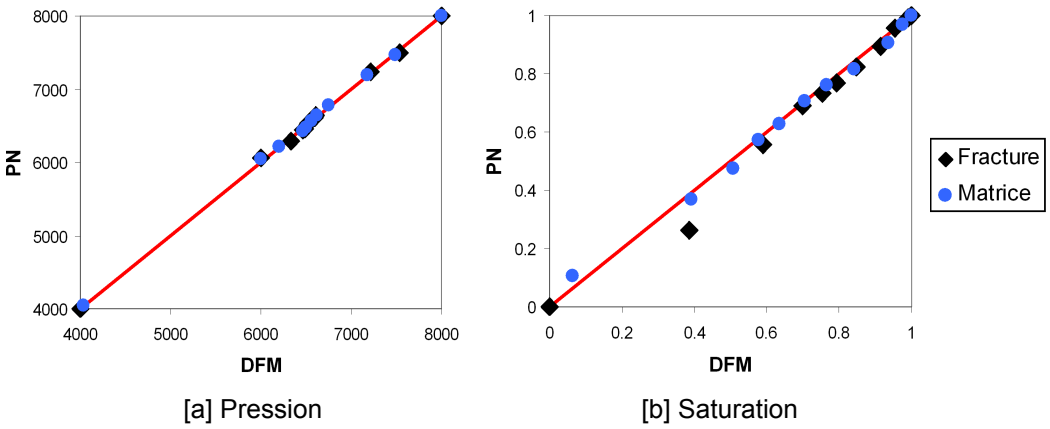


FIG. 2.56 – Diagramme quantile-quantile de la pression et de la saturation sur le PN en fonction du DFM pour un écoulement incompressible avec pression capillaire

Chapitre 3

Méthodes de changement d'échelle pour les réservoirs hétérogènes : état de l'art

Sommaire

3.1 Perméabilité équivalente : définition 88
3.2 Méthodes analytiques 90
3.3 Méthodes numériques pour le problème d'écoulement 93
3.4 Méthodes numériques pour le problème de transport 103
3.5 Méthodes complémentaires pour l'amélioration des résultats du changement d'échelle 105
3.6 Discussion : les sources d'erreur dans le changement d'échelle local 110
3.7 Conclusion 111

Avant d'effectuer les calculs de simulation d'écoulement afin de modéliser et prédire le comportement dynamique d'un réservoir, il est souvent nécessaire de procéder à une étape de changement d'échelle vers un modèle plus grossier (réduction du nombre de cellules). En effet, les modèles géologiques de propriétés pétrophysiques caractérisant le milieu d'étude sont généralement constitués d'un trop grand nombre de cellules pour pouvoir effectuer directement une simulation d'écoulement dans des temps raisonnables. Les calculs d'écoulement, qui consistent à modéliser des processus dynamiques impliquant la résolution de larges systèmes d'équations non linéaires, requièrent souvent davantage de temps de calculs et de coût mémoire que les algorithmes géostatistiques utilisés pour générer les propriétés du sous-sol. Le même support calculatoire ne peut donc être utilisé pour les calculs géostatistiques et ceux de simulation d'écoulement.

De nombreuses revues bibliographiques sur les méthodes de changement d'échelle sont disponibles dans la littérature. Tout au long de ce chapitre, nous nous inspirerons de certaines de ces revues, brièvement présentées ci-après, sans le repréciser chaque fois. Les méthodes de changement d'échelle dans les réservoirs hétérogènes peuvent être classées suivant divers critères. Dans (Wen et Gómez-Hernández, 1996), les auteurs présentent les techniques de changement

d'échelle existantes, depuis de simples moyennes jusqu'à des méthodes d'inversion sophistiquées. Ils abordent également l'utilisation de techniques émergentes en 1996, qui mettent en relation la géométrie de la grille avec le changement d'échelle. Finalement, le développement de méthodes pour estimer les paramètres à l'échelle grossière directement depuis les données de mesure est discuté. Dans (Renard et de Marsily, 1997), les techniques de changement d'échelle sont divisées entre les techniques déterministes et les approches stochastiques. Les auteurs concluent leur article en discutant les avantages et inconvénients respectifs des méthodes analytiques et numériques, et de leurs applications. Farmer (2002) et Durlofsky (2005) font la revue des récents développements, majoritairement portés sur les méthodes numériques de changement d'échelle, dont les paramètres équivalents sont estimés à partir de simulations d'écoulement monophasique en régime permanent, effectuées sur le modèle fin. Durlofsky (2005) discute également l'intérêt de développer des techniques pour adapter le maillage de la grille aux directions d'écoulement, de façon à mieux représenter les régions d'écoulement important.

Ces revues se concentrent essentiellement sur le changement d'échelle pour le problème d'écoulement (équation de pression), et non sur les méthodes dédiées au changement d'échelle pour le problème de transport (équation de saturation). En effet, ce dernier type, bien que reconnu nécessaire dès lors que d'importants degrés de changement d'échelle sont effectués (voir par exemple (Durlofsky, 2005)), est encore peu utilisé en pratique et beaucoup moins développé.

Le chapitre développé ici n'est pas une revue exhaustive des méthodes de changement d'échelle, mais propose, à travers la présentation de techniques aujourd'hui disponibles, de cerner la problématique du changement d'échelle et les limites des méthodes actuelles. Tout d'abord, une définition de la perméabilité équivalente est proposée. Ensuite, les principales méthodes existant aujourd'hui dans la littérature sont présentées et discutées. Le classement proposé repose sur la nature de ces méthodes, analytiques ou numériques, et parmi celles-ci on distinguera les méthodes locales et globales. Des techniques parallèles, mises en oeuvre pour améliorer les résultats du changement d'échelle, sont également décrites. En conclusion, une discussion sur les sources d'erreurs introduites par la méthode de changement d'échelle aujourd'hui la plus appliquée (en conditions aux limites locales) est proposée.

3.1 Perméabilité équivalente : définition

Dans sa thèse, Renard (1996) propose une discussion sur la problématique du changement d'échelle. Il y donne notamment une définition de la perméabilité équivalente, qui regroupe, selon sa terminologie, perméabilité effective et perméabilité de bloc. Nous reprenons ici la même définition.

Critères d'équivalence - Le terme de perméabilité équivalente est utilisé pour le tenseur de perméabilité constant représentant un milieu hétérogène. Cela sous-entend qu'il est possible de représenter un volume de roche hétérogène donné comme un milieu homogène (perméabilité constante), de telle façon que le milieu homogène soit équivalent au milieu hétérogène. La difficulté est alors de définir une telle équivalence. Parmi les trois critères proposés dans la littérature

(voir (Renard, 1996)), le plus largement employé est basé sur l'égalité des flux aux frontières des deux milieux, soumis à un même gradient de charge (Cardwell et Parsons, 1945; Warren et Price, 1961) (Équation 3.1).

$$\int_{\Gamma} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} d\gamma = \int_{\Gamma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\gamma \tag{3.1}$$

avec Γ la frontière du volume considéré, $\mathbf{U}$ et $\mathbf{u}$ la vitesse d'écoulement du fluide dans le milieu équivalent et réel respectivement, et $\mathbf{n}$ le vecteur normal à la surface de la frontière.

Perméabilité effective - La perméabilité effective est une grandeur intrinsèque du milieu, et ne dépend donc pas de conditions aux limites macroscopiques. Elle se réfère à la notion de milieu statistiquement homogène à grande échelle. L'existence d'une perméabilité effective repose sur deux critères : (1) soit la longueur de corrélation des hétérogénéités, soit la taille de la cellule de base est très inférieure à la taille du domaine, et (2) l'écoulement est uniforme (voir (Renard, 1996) et références associées). Le tenseur de perméabilité effective est par définition un tenseur de second ordre, symétrique et défini positif. La valeur de la perméabilité effective $\mathbf{K}_{ef}$ est toujours comprise entre la moyenne harmonique μ_h et la moyenne arithmétique μ_a des perméabilités du milieu hétérogène (bornes de Wiener) (Renard et de Marsily, 1997) :

$$\mu_h \leq \mathbf{K}_{ef} \leq \mu_a \tag{3.2}$$

Perméabilité de bloc - Au contraire, la perméabilité de bloc ne remplit pas les conditions d'une perméabilité effective, c'est-à-dire qu'elle représente la perméabilité équivalente d'un volume de roche qui n'est pas un milieu statistiquement homogène. En particulier, cette perméabilité n'est pas une propriété intrinsèque de la roche et dépend de conditions aux limites. C'est pourquoi un tenseur de perméabilité de bloc peut être non symétrique.

Ces deux types de perméabilité diffèrent donc non par la méthode de changement d'échelle adoptée, mais par la nature du milieu. Toutes les techniques présentées dans ce chapitre convergent vers la perméabilité effective quand les conditions nécessaires sont vérifiées. Dans le cas où une perméabilité effective n'existe pas ou ne peut être calculée, les perméabilités de bloc estimées par différentes méthodes de changement d'échelle donneront des résultats différents. Bien souvent en ingénierie des réservoirs pétroliers, c'est une perméabilité de bloc qui est obtenue.

Le terme de perméabilité effective est très largement employé dans la littérature pour définir la perméabilité obtenue après changement d'échelle. Toutefois dans ce manuscrit, nous nous baserons sur les définitions proposées dans (Renard, 1996) et rappelées ci-dessus, pour distinguer la perméabilité effective de la perméabilité de bloc, et parlerons donc plus volontiers de perméabilité équivalente pour toute perméabilité obtenue après une procédure de changement d'échelle.

3.2 Méthodes analytiques

3.2.1 Méthodes analytiques par moyennes

Dans (Renard et de Marsily, 1997), les méthodes par moyennes sont regroupées sous la dénomination de méthodes heuristiques, qui appliquent des règles empiriques pour déterminer des perméabilités équivalentes plausibles. De nombreuses moyennes ont été proposées dans la littérature. Voici ci-dessous deux exemples tirés de la revue bibliographique proposée par (Renard et de Marsily, 1997).

Moyenne des bornes de Cardwell et Parsons

De nombreux auteurs se sont intéressés à déterminer la valeur de perméabilité équivalente à partir de bornes définies dans la littérature (par exemple bornes de Wiener, Cardwell et Parsons, Matheron, etc.). Par exemple les bornes proposées par Cardwell et Parsons (1945) dérivent de l'utilisation de l'analogie électrique pour fusionner des cellules de la grille et calculer ainsi une nouvelle perméabilité équivalente. Il est montré que pour une direction d'écoulement donnée, la perméabilité équivalente est comprise entre les bornes K_1 et K_2 (Figure 3.1). Toutefois, en modifiant l'ordre de regroupement des cellules, d'autres perméabilités équivalentes peuvent être calculées. Plusieurs moyennes ont ainsi été proposées dans la littérature. Par exemple Lemouzy (1991) propose la formule suivante pour estimer la perméabilité équivalente K^* dans une direction donnée x :

$$K^*_{xx} = \sqrt[6]{K_1^2 K_2^2 K_3 K_4} \tag{3.3}$$

avec

$$\begin{cases} K_1 = \mu_h^x\Big(\mu_a^y(\mu_a^z)\Big) = \mu_h^x\Big(\mu_a^z(\mu_a^y)\Big) \\ K_2 = \mu_a^y\Big(\mu_a^z(\mu_h^x)\Big) = \mu_a^z\Big(\mu_a^y(\mu_h^x)\Big) \\ K_3 = \mu_a^y\Big(\mu_h^x(\mu_a^z)\Big) \\ K_4 = \mu_a^z\Big(\mu_h^x(\mu_a^y)\Big) \end{cases} \tag{3.4}$$

où μ_h^x et μ_a^x sont respectivement la moyenne harmonique et la moyenne arithmétique des perméabilités dans la direction x.

Moyenne de puissance

Cette moyenne, proposée par Journel et al. (1986), est une généralisation des moyennes arithmétiques, harmoniques et géométriques. Elle introduit un paramètre p, compris entre -1 et $+1$, et effectue la moyenne des perméabilités k en chaque point x d'un volume V, à la puissance p (Équation 3.5).

$$\mu_p = < k^p >^{\frac{1}{p}} = \Big(\frac{1}{V}\int_V k(x)^p dV\Big)^{\frac{1}{p}} \tag{3.5}$$

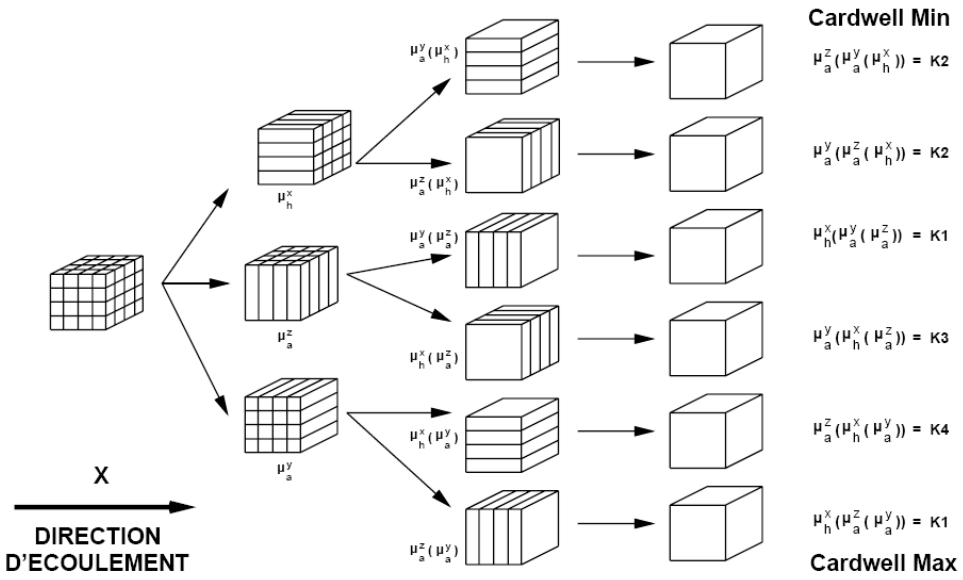


FIG. 3.1 – Calculs des bornes de Cardwell et Parsons et des valeurs intermédiaires en trois dimensions (Renard, 1996)

Notons que $p = -1$ correspond à la moyenne harmonique, $p = 1$ correspond à la moyenne arithmétique, et lorsque p tend vers 0, alors la moyenne géométrique apparaît. Le problème est donc de choisir la valeur de p. De nombreux auteurs ont proposés différentes valeurs suivant la configuration du milieu hétérogène. Par exemple pour un milieu statistiquement homogène et isotrope, Noetinger (1994) propose d'utiliser $p = 1 - \frac{2}{D}$, avec D la dimension de l'espace d'étude. Une approche plus générale serait, comme suggérée par Deutsch (1989), de calibrer la valeur du paramètre p aux résultats d'expériences numériques.

3.2.2 Renormalisation

Contrairement aux méthodes précédentes, la renormalisation est qualifiée de méthode déterministe par Renard et de Marsily (1997), pour laquelle le champ de perméabilité et les conditions aux limites sont supposées connues. Dans le contexte du changement d'échelle en milieu poreux hétérogène, elle consiste en une procédure itérative, où des transformations de conductances électriques sont successivement appliquées. La publication de référence pour cette méthode est (King, 1989). Le principe est d'estimer la perméabilité équivalente d'un bloc de la grille finale à grande échelle, en regroupant successivement des cellules de la grille fine, et en appliquant à chaque étape une transformation équivalente électrique (parallèle, série, triangle-étoile) pour déterminer la nouvelle valeur de perméabilité de ces cellules agrégées (Figure 3.2).

Le milieu poreux est donc considéré comme équivalent à un circuit électrique. Dans les travaux de King (1989), le réseau est constitué de noeuds au centre des cellules et de fils entre chaque couple de cellules séparées par une face (Figure 3.3). Ceci correspond à résoudre le problème d'écoulement par une méthode de différences finies avec un schéma centré, mais d'autres auteurs (voir (Kruel Romeu, 1994)) suggèrent dans certains cas d'opter pour un schéma direct,

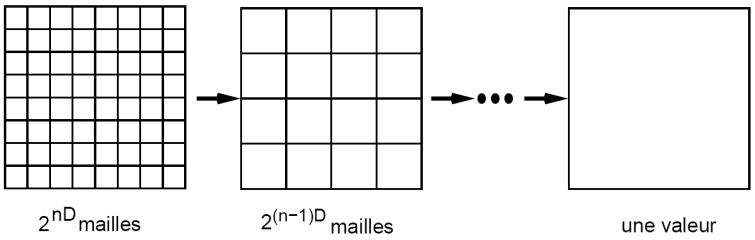


FIG. 3.2 – Principe de la renormalisation (Renard, 1996) d'après (King, 1989)

plus exact. Deux noeuds supplémentaires sont situés sur les bords du bloc de l'échelle grossière. Le circuit est alors successivement réduit à un fil reliant les deux noeuds de bord (Figure 3.4). Ce schéma de résolution revient donc à imposer des conditions aux limites locales. Cela revient en effet à imposer un gradient de pression entre deux faces opposées pour générer un écoulement, et aucun flux sur les faces parallèles à la direction d'écoulement. En appliquant ce schéma successivement dans les trois directions de l'espace, l'algorithme permet d'obtenir un tenseur de perméabilité diagonal. Par conséquent, cette méthode ne traite que des perméabilités isotropes ou des tenseurs diagonaux en entrée. Toutefois, Gautier et Noetinger (1997) proposent une extension pour obtenir des tenseurs de perméabilité pleins, en imposant des conditions aux limites de type périodique. Enfin, dans (Renard et al., 2000) et les travaux antérieurs associés, une procédure de renormalisation simplifiée est proposée. Testée sur des milieux à forts contrastes de perméabilité et forte anisotropie, la méthode apparaît plus précise et plus rapide que l'algorithme original de King (1989). Sur les essais effectués, elle est 200 fois plus rapide qu'une résolution par éléments finis et 4 fois plus rapide que la renormalisation tensorielle de Gautier et Noetinger (1997). Toutefois, comme l'algorithme original, cette méthode ne génère que des tenseurs diagonaux. De plus, de mauvaises estimations sont observées pour des conductivités verticales entre larges blocs.

L'intérêt majeur d'une telle procédure est sa rapidité. Puisque la succession des transformations est toujours la même, pour un même nombre de cellules initiales à agréger, il est possible d'appliquer directement les formules analytiques correspondantes, sans avoir à effectuer chaque étape d'agrégation. En terme numérique, (1) la succession d'opérations revient à résoudre un système linéaire par un pivot de Gauss, (2) sous des conditions aux limites locales. Cet algorithme donne par conséquent des résultats tout à fait similaires à une méthode numérique de simulation d'écoulement effectuée localement, en imposant les mêmes conditions aux limites (voir Section 3.3.1). Dans (King, 1996), il est proposé une analyse des erreurs introduites par l'algorithme de renormalisation, et comment les résultats en sont notablement améliorés. Toutefois, l'auteur souligne que cette étude n'a été réalisée que dans un cas simple, et qu'il n'est pas encore prouvé que le temps nécessaire à l'estimation de cette erreur dans des cas réels ne deviendra pas supérieur à celui du calcul de renormalisation.

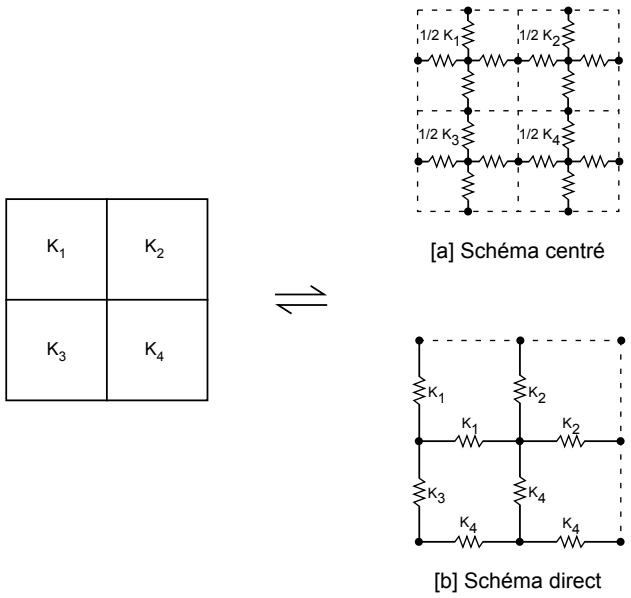


FIG. 3.3 – Schémas électriques analogues pour le calcul de renormalisation, d'après Renard et de Marsily (1997)

3.2.3 Bilan et discussion

Bien que les méthodes analytiques soient attractives par leur rapidité de calcul et leur simplicité de mise en oeuvre, elles ne sont plus autant utilisées aujourd'hui. Leur principal défaut réside dans leur applicabilité, qui diffère pour chacune selon les caractéristiques du milieu. Au contraire, les méthodes numériques, aujourd'hui largement employées, offrent le principal avantage d'être applicables sur un grand nombre de cas différents avec une précision des résultats similaire. En outre, avec le développement de solveurs numériques performants, dans le cas des méthodes locales en particulier, elles ne requièrent pas un temps de calcul trop important. Notons toutefois l'exception, parmi les méthodes analytiques, que présente la renormalisation, dont le principe reste similaire à une méthode numérique locale monophasique en régime permanent, sous conditions aux limites identiques.

3.3 Méthodes numériques pour le problème d'écoulement

De très nombreux travaux ont été réalisés pour le développement de méthodes numériques de changement d'échelle. Le calcul de la perméabilité équivalente est basé sur les résultats de simulations d'écoulement réalisées sur le maillage fin. Ces méthodes sont généralement classées suivant les conditions aux limites utilisées. On distingue donc les méthodes locales, pour lesquelles des conditions aux limites sont appliquées localement afin de déterminer une perméabilité équivalente, et à l'opposé les méthodes globales, pour lesquelles les conditions aux limites sont imposées à l'échelle du réservoir. Entre les deux, se trouvent les techniques dites locales-globales ou quasi-globales qui cherchent à conjuguer les avantages de l'une et de l'autre des méthodes.

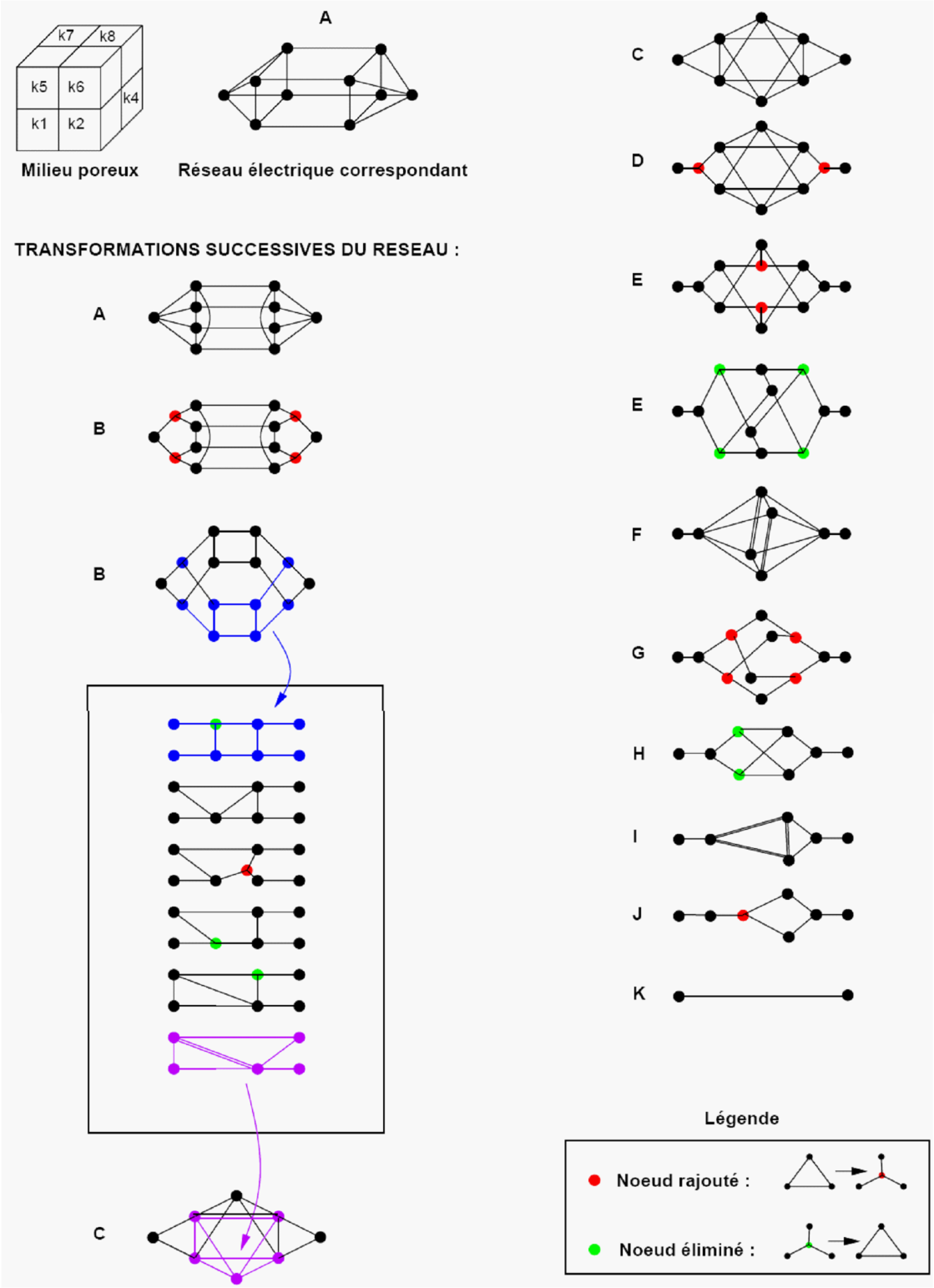


FIG. 3.4 – Procédure de renormalisation pour assembler huit mailles en trois dimensions (Renard, 1996)

Toutes les méthodes décrites ci-dessous réalisent des simulations d'écoulement monophasique incompressible en régime permanent, c'est-à-dire qu'elles ne s'intéressent qu'au problème d'écoulement (résolution de l'équation de pression). En couplant l'équation de Darcy et l'équation de conservation de la masse pour un tel écoulement, il vient (Equation 3.6) :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{k}\nabla p \quad \text{et} \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{alors} \quad \nabla \cdot \mathbf{k}\nabla p = 0 \tag{3.6}$$

avec $\mathbf{u}$ la vitesse du fluide, $\mathbf{k}$ la perméabilité, p la pression, et $\nabla\cdot$ l'opérateur divergence.

3.3.1 Méthodes locales ou locales étendues

Principe

Le principe des méthodes locales ou locales étendues est de résoudre l'équation de pression en écoulement monophasique sur une région limitée du modèle fin, sous contraintes imposées (1) sur les limites du bloc de la grille grossière (cas des méthodes strictement locales) ou (2) sur une région autour de ce bloc (cas des méthodes locales étendues) (Figure 3.5). Le tenseur de perméabilité est déterminé en appliquant ces mêmes conditions dans les trois directions de l'espace.

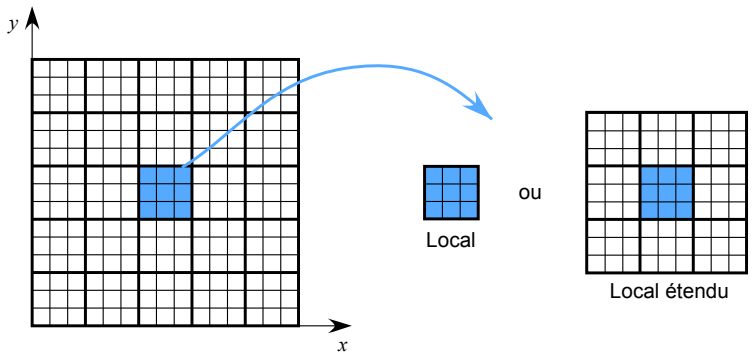


FIG. 3.5 – Changement d'échelle par une méthode numérique de simulation d'écoulement locale ou locale étendue

Types de conditions aux limites

Le choix de ces conditions aux limites est délicat et peut avoir un impact important sur les résultats du changement d'échelle. Parmi les différentes conditions aux limites proposées dans la littérature, trois types sont majoritairement utilisés : (1) pression constante/pas d'écoulement, (2) pression linéaire, ou (3) conditions périodiques.

Pression constante/pas d'écoulement - Ce type de conditions aux limites est aussi référencé comme *conditions de perméamètre*. Un gradient de pression constant est imposé sur deux

faces opposées, créant un écoulement, et aucun flux n'est permis sur toutes les autres faces (Figure 3.6) :

$$\begin{cases} p(0,y) = 1 \\ p(L_x,y) = 0 \\ \mathbf{u}(x,0)\cdot\mathbf{n}_{y=0} = \mathbf{u}(x,L_y)\cdot\mathbf{n}_{y=L_y} = 0 \end{cases} \tag{3.7}$$

avec p la pression, L_x la longueur du domaine considéré dans la direction x, $\mathbf{u}$ la vitesse du fluide, et $\mathbf{n}_{y=0}$ la normale à la face de position $y = 0$.

L'équation de pression est alors résolue sur le modèle fin dont les perméabilités sont connues. Les flux résultants sont ensuite sommés le long de la face où la pression la plus faible a été imposée, et la perméabilité équivalente dans la direction d'écoulement imposée est enfin déduite comme suit (Figure 3.6) :

$$K_x^* = \frac{Q_x L_y}{L_x L_z \Delta p} \quad \text{avec} \quad Q_x = \Big(\sum_i^{N_f} (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n}) A_i\Big)_{x=L_x} \tag{3.8}$$

avec K_x^* la perméabilité équivalente dans la direction d'écoulement x, Q_x l'écoulement macroscopique dans la direction x, L_x la longueur du bloc de la grille grossière dans la direction x, N_f le nombre de faces de cellules à l'échelle fine correspondant à la face du bloc de grille grossière par laquelle l'écoulement sort, et $\mathbf{n}$ la normale à la face de la cellule de la grille grossière par laquelle l'écoulement sort.

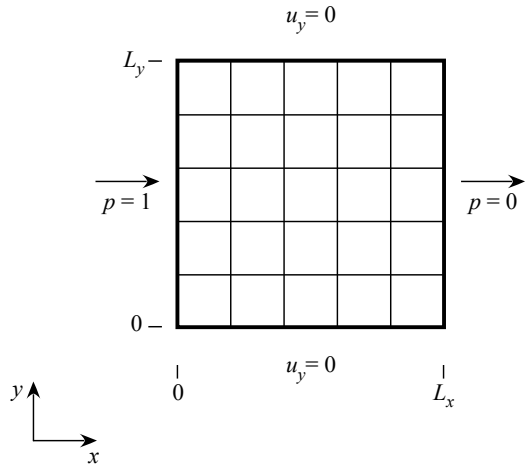


FIG. 3.6 – Conditions aux limites de type pression constante/pas d'écoulement

Une fois les conditions appliquées dans les trois directions de l'espace, un tenseur diagonal de perméabilité est obtenu. Ces conditions sont aujourd'hui sans doute les plus utilisées dans l'industrie pétrolière. Bien que le tenseur généré soit seulement diagonal, et ne puisse donc correctement représenter des structures fortement anisotropes, tout simulateur d'écoulement actuel traite parfaitement ce type de perméabilité. En effet, si l'on génère des tenseurs pleins,

le traitement des perméabilités au sein du simulateur devient plus complexe et requiert des développements avancés (schéma *MPFA*). De plus, l'application de telles conditions aux limites permet un calcul des perméabilités équivalentes particulièrement rapide. Il est en outre possible de calculer les termes non diagonaux du tenseur de perméabilité a posteriori si nécessaire (voir (Durlofsky, 2005) pour le détail des calculs).

Pression linéaire - Afin d'obtenir une détermination plus complète du tenseur de perméabilité, plutôt que d'imposer un écoulement nul, des conditions de pression variant linéairement sur les faces parallèles à la direction d'écoulement sont appliquées (Figure 3.7) :

$$\begin{cases} p(0,y) = 1 \\ p(L_x,y) = 0 \\ \mathbf{u}(x,0)\cdot\mathbf{n}_{y=0} = \mathbf{u}(x,L_y)\cdot\mathbf{n}_{y=L_y} = 1 - x/L_x \end{cases} \tag{3.9}$$

avec p la pression, L_x la longueur du domaine considéré dans la direction x, $\mathbf{u}$ la vitesse du fluide, et $\mathbf{n}_{y=0}$ la normale à la face de position $y = 0$.

Ainsi, un tenseur plein sera déterminé et pourra mieux prendre en compte l'anisotropie du milieu fin hétérogène :

$$\begin{cases} K^*_{xx} = \frac{Q^x_x L_x}{L_y L_z \Delta p} \quad \text{avec} \quad Q^x_x = L_z \int_0^{L_y} \mathbf{u}^x(L_x,y)\cdot\mathbf{n}\ dy \\ K^*_{yx} = \frac{Q^x_y}{L_z \Delta p} \quad \text{avec} \quad Q^x_y = L_z \int_0^{L_x} \mathbf{u}^y(x,L_y)\cdot\mathbf{n}\ dx \end{cases} \tag{3.10}$$

avec $K_x x^*$ la composante diagonale de la perméabilité équivalente dans la direction d'écoulement x et $K_y x^*$ la composante hors diagonale de la perméabilité équivalente dans la direction d'écoulement y, Q^x_y l'écoulement macroscopique dans la direction y résultant d'un gradient de pression dans la direction x, L_x la longueur du bloc de la grille grossière dans la direction x, N_f le nombre de faces de cellules à l'échelle fine correspondant à la face du bloc de grille grossière par laquelle l'écoulement sort, et $\mathbf{n}$ la normale à la face de la cellule de la grille grossière par laquelle l'écoulement sort.

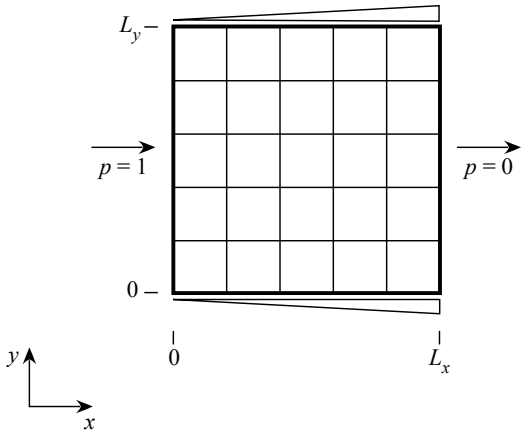


FIG. 3.7 – Conditions aux limites de type pression linéaire

Conditions périodiques - Ce troisième type de conditions aux limites a été introduit par (Durlofsky, 1991). Le principe est de considérer le milieu hétérogène de l'échelle fine comme un système périodique, dans lequel la pression globale peut être approximée par : $p = p_0 + \mathbf{G} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$, où $\mathbf{G} = G_1 \mathbf{i}_1 + G_2 \mathbf{i}_2$ est un vecteur constant et où $\mathbf{i}_1$ et $\mathbf{i}_2$ sont les vecteurs de base du domaine 2D considéré. Les conditions appliquées autour d'un bloc de la grille grossière sont :

$$\begin{cases} p(x,0) = p(x,L_y) - G_y L_y \\ p(0,y) = p(L_x,y) - G_x L_x \\ \mathbf{u}(x,0) \cdot \mathbf{n}_{|y=0} = -\mathbf{u}(x,L_y) \cdot \mathbf{n}_{|y=L_y} \\ \mathbf{u}(0,y) \cdot \mathbf{n}_{|x=0} = -\mathbf{u}(L_x,y) \cdot \mathbf{n}_{|x=L_x} \end{cases} \tag{3.11}$$

avec p la pression, L_x la longueur du domaine considéré dans la direction x, $\mathbf{u}$ la vitesse du fluide, et $\mathbf{n}_{y=0}$ la normale à la face de position $y = 0$.

Le système est résolu deux fois, pour un problème en 2D, avec deux couples de (G_x, G_y). Dans la pratique, on utilise le plus souvent (1,0) et (0,1). Avec ces conditions également, un tenseur de perméabilité plein est déterminé, qui présente l'avantage d'être toujours symétrique et défini positif (caractéristiques de la perméabilité effective).

Les hypothèses sur lesquelles repose ce type de conditions aux limites sont raisonnables dans de nombreux cas. Toutefois, pour des milieux où des connectivités de perméabilité à grande échelle apparaissent, l'hypothèse de système périodique n'est alors plus valide et de fortes imprécisions peuvent en résulter.

Traitement des puits dans le changement d'échelle local

Les méthodes locales ou locales étendues pour le changement d'échelle appliquent toutes une différence de pression constante en conditions aux limites, c'est-à-dire qu'elles supposent que l'écoulement est linéaire et varie lentement. Cette hypothèse n'est plus valide dans le voisinage de puits, car la pression en régime permanent varie avec $log(r)$, où r est la distance radiale au puits (Durlofsky, 2005).

Les premiers travaux s'intéressant à cette problématique ont été présentés par (Ding, 1995). Dans ces travaux, deux régions d'écoulement sont définies : (1) une région où l'écoulement est linéaire, et (2) une région où l'écoulement est radial. Dans ce dernier cas, le changement d'échelle est effectué en résolvant un problème d'écoulement à l'échelle fine, contrôlé par le puits (*well-driven flow*). Les paramètres de changement d'échelle sont alors un indice de puits (WI^*) et des transmissibilités (T^*) autour des puits équivalents. L'estimation d'indice de puits équivalent est un point particulièrement délicat. De nombreux autres travaux ont été conduits pour résoudre ce problème, et les résultats de changement d'échelle, avec traitement spécifique des puits, montrent généralement une très nette amélioration (Durlofsky, 2005).

Limites des méthodes locales

Par l'imposition de conditions aux limites sur un domaine localisé du réservoir, qui le plus souvent sont éloignées des conditions réelles d'écoulement, les méthodes de changement d'échelle locales peuvent entraîner des erreurs importantes dans les paramètres équivalents calculés. La

présence de fortes anisotropies, d'hétérogénéités corrélées à grande échelle, de puits ou de forts contrastes de perméabilité (par exemple entre des corps de chenaux ou entre des fractures très perméables et une matrice qui l'est beaucoup moins) qui peuvent générer des écoulements non linéaires, sont autant de configurations sur lesquelles les méthodes locales risquent d'échouer. C'est notamment pour mieux traiter ces types de milieu que les méthodes globales ont été développées.

3.3.2 Méthodes globales ou quasi-globales

Méthodes globales

Contrairement aux méthodes locales, les méthodes globales calculent les perméabilités (et plus généralement les transmissibilités) équivalentes pour chaque bloc de la grille grossière, à partir d'une simulation d'écoulement (toujours monophasique en régime permanent), réalisée sur tout le domaine à l'échelle fine. Ainsi, les biais introduits par l'application de conditions aux limites locales arbitraires sont éliminés. Le but est d'obtenir un résultat de changement d'échelle plus précis qu'avec des méthodes locales, notamment pour les zones à proximité de puits et les zones à forts contrastes de perméabilité, comme en présence de chenaux ou de barrières à l'écoulement (fines couches d'argile).

Un des premiers travaux sur ce sujet est proposé par White et Horne (1987) pour déterminer des transmissibilités à l'échelle grossière. Différentes conditions aux limites globales sont appliquées : écoulements dans les directions x et y, écoulements contrôlés aux puits. Une procédure d'optimisation aux moindres carrés minimise ensuite les différences entre les flux à l'échelle fine et ceux de l'échelle grossière. Toutefois, les développements plus récents n'appliquent qu'un seul scénario d'écoulement global pour calculer les propriétés à l'échelle grossière. Par exemple, Nielsen et Tveito (1998) ou Holden et Nielsen (2000) s'attachent à minimiser les écarts entre les pressions et les vitesses du modèle fin et du modèle grossier, en ne considérant qu'un seul scénario d'écoulement.

Malgré une meilleure précision des résultats qu'avec des techniques locales, les méthodes globales présentent plusieurs inconvénients :

- Il est nécessaire de résoudre un problème d'écoulement sur tout le maillage fin. Même pour un écoulement monophasique incompressible en régime permanent, cette étape peut représenter un coût calculatoire non négligeable, et nécessite de disposer de solveurs linéaires performants, ainsi que d'ordinateurs à bonnes capacités de calcul et mémoire. Aujourd'hui cependant, Zhang et Pickup (2005) soulignent que des modèles de dizaines de millions de cellules peuvent être résolus en 1 heure sur une station de travail (sans préciser toutefois les caractéristiques de l'ordinateur). À cela, il est souvent nécessaire d'ajouter le temps nécessaire à l'étape d'optimisation, qui peut être conséquent.
- Des propriétés aberrantes peuvent être générées, comme des transmissibilités négatives ou très élevées, ce qui nécessite des algorithmes supplémentaires pour éliminer ces anomalies. Holden et Nielsen (2000) proposent une procédure itérative en ajustant les pressions des blocs grossiers. Ces méthodes globales sont donc moins robustes que les techniques locales.
- Les résultats restent toujours dépendants des conditions aux limites globales imposées. Par

conséquent, pour des scénarios d'écoulement très différents des conditions utilisées lors du changement d'échelle, il pourra être nécessaire de procéder à nouveau au changement d'échelle, sous de nouvelles conditions aux limites. De plus, il est souligné dans (Sablock et Aziz, 2005) qu'en raison de la dépendance du résultat à un scénario d'écoulement donné, les erreurs introduites par le changement d'échelle peuvent apparaître artificiellement réduites.

Méthodes quasi-globales

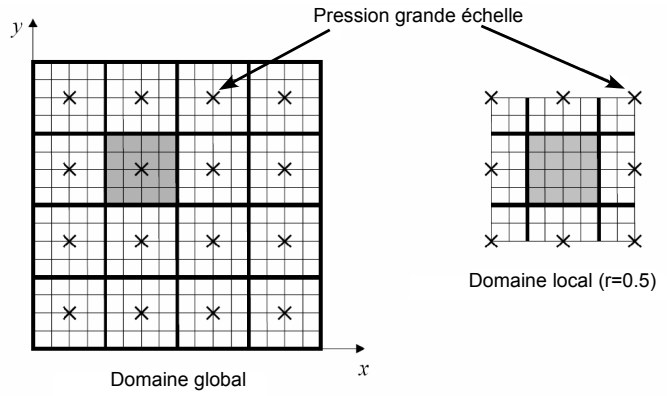
Durant les dernières années, des travaux ont été développés dans le but de cumuler les avantages des deux types de méthodes de changement d'échelle, locales et globales (Wallstrom et al., 2002a; Chen, 2005; Hontans et Terpolilli, 2005). L'idée est d'estimer les conditions aux limites à appliquer pour un changement d'échelle local de façon moins arbitraire. Dans cette section, nous détaillerons la méthode locale-globale proposée par Chen (2005).

Le but de cette méthode est d'estimer les paramètres équivalents pour un écoulement global, sans avoir à résoudre un problème d'écoulement sur tout le modèle fin. Pour cela, les conditions aux limites à imposer pour un changement d'échelle local sont estimées à partir de la solution du problème d'écoulement obtenue sur le modèle grossier. La procédure est itérative. Un premier type de conditions aux limites arbitraires est imposé pour effectuer un changement d'échelle local, puis l'équation de pression est résolue sur le modèle grossier généré. De cette solution, de nouvelles conditions en pression sont obtenues au sein de réservoir, puis interpolées sur le maillage fin pour imposer des conditions aux limites mises à jour à l'étape suivante de changement d'échelle local. Cet algorithme est appliqué jusqu'à ce que le modèle grossier soit cohérent (quasi-stabilité des résultats entre deux itérations).

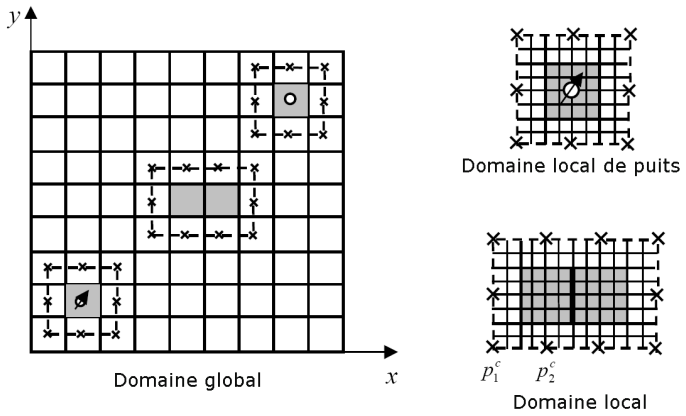
Deux variantes de cette méthode ont été proposées. La première (Chen et al., 2003), dite approche locale-globale couplée, utilise des conditions aux limites globales génériques (Figure 3.8a). Au contraire dans l'approche locale-globale adaptative (Chen et Durlofsky, 2006), des conditions globales spécifiques sont appliquées aux puits (Figure 3.8b). De plus, un changement d'échelle au voisinage des puits est directement intégré aux calculs. Toutefois, tout comme pour les méthodes globales, des anomalies de propriétés peuvent apparaître (négatives ou très grandes $\mathbf{k}^*$ ou T^*). Afin de minimiser l'apparition de telles anomalies, les paramètres équivalents ne sont recalculés lors d'une nouvelle itération que si l'écoulement entre deux blocs grossiers n'excède pas une valeur seuil. En termes de performance, il n'est pas aisé de conclure que ces méthodes seront significativement plus rapides que les méthodes globales ; pour des réservoirs 3D très hétérogènes, le temps de convergence pourrait en effet devenir considérable. Cette méthode ne permet donc pas de s'affranchir totalement des problèmes de robustesse et de temps de calculs importants associés aux méthodes globales.

3.3.3 Comparaison entre perméabilité et transmissibilité équivalentes

Il est couramment admis que le changement d'échelle en transmissibilité donne souvent, et en particulier pour des milieux hétérogènes, de meilleurs résultats que le changement d'échelle en perméabilité (Durlofsky, 2005). Lors d'un changement d'échelle en perméabilité, la vitesse et le gradient de pression dans chaque cellule de la grille fine sont d'abord calculés, alors que



(a) Changement d'échelle local-global couplé



(b) Changement d'échelle local-global adaptatif

FIG. 3.8 – Schémas des deux variantes de changement d'échelle local-global, d'après Chen (2005)

pour un changement d'échelle en transmissibilité, les flux entre les blocs grossiers et les pressions moyennes au sein de ces blocs sont calculés (Équation 3.12, pour un écoulement 1D). Dans le cas des perméabilités, le simulateur d'écoulement procèdera ensuite à une moyenne harmonique de ces perméabilités pour en déduire les transmissibilités entre chaque bloc, et ainsi constituer le système à inverser. Or dans le cas de milieux à forts contrastes de perméabilité, calculer la moyenne harmonique des $\mathbf{k}^*$ risque d'introduire une approximation importante. En effet, cette moyenne tend à donner plus de poids aux faibles valeurs, et par conséquent à sous-estimer l'écoulement. Au contraire, en procédant directement à un changement d'échelle en transmissibilité, cette approximation est évitée, permettant de mieux reproduire les effets de discontinuité de la perméabilité. C'est pourquoi dans le cas de formations telles que des systèmes de chenaux, ces deux changements d'échelle peuvent conduire à des résultats très différents, avec, le plus souvent, une meilleure précision pour le changement d'échelle en transmissibilité.

$$T^*_{i+1/2} = \frac{Q^*_{i+1/2}}{< p >_i - < p >_{i+1}} \tag{3.12}$$

avec $T^*_{i+1/2}$ la transmissibilité équivalente entre le bloc i et le bloc $i+1$, $Q^*_{i+1/2}$ le flux total à travers l'interface entre les deux blocs i et $i+1$, et $< p >$ la moyenne des pressions à l'échelle fine, pondérée par les volumes, au sein de chacun des blocs grossiers.

Chen (2005) compare ces deux types de changement d'échelle pour des milieux avec des distributions de perméabilité différentes : une distribution log-normale (modèle 1), une perméabilité continue (modèle 2), et deux milieux chenalisés à perméabilité fortement discontinue (modèles 3 et 4). Les résultats obtenus pour le modèle fin (référence) et les différents modèles grossiers sont rappelés Tableau 3.1. Les changements d'échelle ont été effectués en utilisant, pour la perméabilité comme pour la transmissibilité, une procédure globale avec deux écoulements génériques imposés en conditions aux limites du milieu (méthode locale-globale couplée). La perméabilité équivalente $\mathbf{k}^*$ obtenue est un tenseur plein, et un schéma à plusieurs points (*MPFA*) est ensuite utilisé pour résoudre le problème d'écoulement. De plus, une procédure de raffinement est proposée pour le changement d'échelle en perméabilité afin de s'affranchir des erreurs dues à la discrétisation. Il apparaît clairement ici que le changement d'échelle en transmissibilité pour les deux milieux hétérogènes donne de meilleurs résultats que le changement d'échelle en perméabilité, même après raffinement : $< 20\%$ d'erreur pour T^*, contre $> 70\%$ d'erreur pour $\mathbf{k}^*$ et $50 - 70\%$ d'erreur pour $\mathbf{k}^*$ après raffinement.

	Modèle 1 (Q_x)	Modèle 2 (Q_y)	Modèle 3 (Q_x)	Modèle 4 (Q_y)
Échelle fine	1.32	176.98	1.86	10.66
$\mathbf{k}^*$	1.29	168.26	0.355	3.10
Erreur $\mathbf{k}^*$	2.4%	4.9%	**80.9**%	**70.9**%
$\mathbf{k}^*$ + raffinement	1.31	177.25	0.468	5.45
Erreur $\mathbf{k}^*$ + raffinement	0.72%	0.16%	**74.9**%	**48.9**%
T^*	1.29	175.17	1.50	9.20
Erreur T^*	2.2%	1%	**19.8**%	**13.6**%

TAB. 3.1 – Débits pour deux changements d'échelle globaux $\mathbf{k}^*$ et T^*, d'après Chen (2005)

3.3.4 Bilan et discussion

Les méthodes numériques de changement d'échelle se divisent en méthodes locales et globales. Les premières offrent une rapidité de calcul, par l'imposition de conditions aux limites arbitraires. Elles introduisent un biais dans l'estimation des paramètres équivalents qui peut s'avérer non négligeable. Au contraire, les secondes imposent des conditions aux limites aux puits et aux frontières du réservoir. Elles permettent donc de s'affranchir des biais des méthodes locales, et fournissent des résultats précis pour une certaine gamme de conditions aux limites proches de celles imposées. Pour des écoulements très différents, le même modèle grossier ne pourra donc pas être utilisé. De plus, ces méthodes globales traitent directement le problème spécifique des puits, alors qu'il sera nécessaire de recourir à des techniques spécialisées dans

le cadre de changement d'échelle local. Il est également intéressant de noter que les méthodes globales calculent généralement des transmissibilités équivalentes, alors que bien souvent les méthodes locales sont limitées au calcul de perméabilités équivalentes, souvent moins précis. Par ailleurs, les méthodes globales apparaissent moins robustes que les méthodes locales, avec l'obtention de valeurs aberrantes.

Toutes ces méthodes restent limitées à des écoulements monophasiques, et seule l'équation de pression est résolue afin de déduire les paramètres équivalents. Bien que la validité de ces méthodes pour des écoulements multiphasiques ait été prouvée, il s'avère utile à partir d'un certain degré de changement d'échelle d'estimer également les paramètres équivalents pour le problème de transport (pseudo-perméabilité relative et pseudo-pression capillaire).

3.4 Méthodes numériques pour le problème de transport

Ces méthodes ne sont pas aussi généralisées en ingénierie des réservoirs que les méthodes précédentes. Dans cette section, nous en rappellerons seulement le principe. Pour plus de détail, le lecteur pourra se référer à (Barker et Thibeau, 1997; Christie, 2001; Darman et al., 2002).

Principe

Ces méthodes de changement d'échelle s'attachent à estimer les paramètres équivalents pour la perméabilité relative et la pression capillaire. Par les relations fortement non linéaires entre la saturation et ces variables, leur évaluation à une échelle plus grossière représente une tâche particulièrement difficile. Et cette tâche peut être encore plus complexe dans le cas de formations très hétérogènes, qui peuvent être caractérisées par différentes courbes de perméabilité relative et pression capillaire. Pour un écoulement diphasique incompressible, la loi de Darcy et l'équation de conservation de la masse, pour une phase i, s'expriment par les Équations 3.13 et 3.14.

$$\mathbf{u}_i = -\mathbf{k}\frac{k_{ri}}{\mu_i} \cdot \nabla p_i \tag{3.13}$$

où $\mathbf{u}_i$ est la vitesse de Darcy de la phase i, k_{ri} sa perméabilité relative dépendante de la saturation, μ_i sa viscosité, p_i sa pression, et $\mathbf{k}$ la perméabilité intrinsèque de la roche.

$$\phi\frac{\partial S_i}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u}_i = 0 \tag{3.14}$$

où ϕ est la porosité du milieu, et S_i la saturation de la phase i.

À ces équations s'ajoutent les équations de le pression capillaire p_c et de vitesse totale de Darcy $\mathbf{u}_t$ pour deux phases, l'une dite non mouillante (indice nw pour *non-wetting phase*) et l'autre dite mouillante (indice w pour *wetting phase*) (Équations 3.15 et 3.16).

$$p_c = p_{nw} - p_w \tag{3.15}$$

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{u}_{nw} + \mathbf{u}_w = -\mathbf{k}\Big(\frac{k_{rnw}}{\mu_{nw}} + \frac{k_{rw}}{\mu_w}\Big) \cdot \nabla p \tag{3.16}$$

En introduisant dans l'Équation 3.14 la fonction d'écoulement fractionnaire de Buckley-Leverett f, pour exprimer la vitesse de la phase mouillante en fonction de sa saturation, $\mathbf{u}_w = f(S_w)$, il vient l'équation de saturation pour la phase mouillante (Équation 3.17) :

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \cdot \Big[\mathbf{u}_t f(S_w) \Big] = 0 \tag{3.17}$$

et l'équation de pression correspondante devient, en introduisant 3.16 dans 3.6 (Équation 3.18) :

$$\nabla \cdot \Big[\mathbf{k} \lambda_t(S_w) \cdot \nabla p \Big] = 0 \tag{3.18}$$

avec λ_t la mobilité totale de la phase w, telle que $\lambda_t = \lambda_w + \lambda_{nw} = \frac{k_{rw}}{\mu_w} + \frac{k_{rnw}}{\mu_{nw}}$.

Christie (2001) propose une revue des travaux réalisés pour des méthodes de changement d'échelle des paramètres de perméabilité relative et pression capillaire. Il classe ces méthodes en deux grandes catégories : (1) les méthodes en régime permanent, et (2) les méthodes dynamiques.

En travaillant en régime permanent, il devient relativement rapide d'évaluer les pseudo perméabilités relatives et pressions capillaires, sous conditions sur les forces de pression capillaire et la viscosité. En effet, en éliminant la dérivée par rapport au temps de l'Équation 3.17, le problème se trouve simplifié. Toutefois, l'hypothèse de régime permanent pour des conditions en viscosité n'est pas valide au front de Buckley-Leverett.

Le principe des méthodes dynamiques est de résoudre le problème d'écoulement diphasique à l'échelle fine, ou une approximation de ce problème, en imposant des conditions aux limites appropriées. Le résultat de ces simulations est ensuite utilisé pour déterminer les courbes de pseudo-perméabilités relatives.

Limites des méthodes pour le problème de transport et perspectives

Bien que ces méthodes aient donné des résultats précis pour différentes configurations, elles présentent toujours des limites (voir (Barker et Thibeau, 1997) ou (Darman et al., 2002) pour une discussion de ces limites). Le temps de calcul nécessaire peut devenir trop coûteux, et elles ne sont pas toujours robustes. Tout comme pour les changements d'échelle en écoulement monophasique, le choix des conditions aux limites est problématique. Cependant récemment, des travaux ont proposé des techniques pour s'affranchir au mieux de ce biais. Par exemple Wallstrom et al. (2002b) proposent une méthodologie basée sur leur technique de changement d'échelle quasi-globale (Wallstrom et al., 2002a), et Zhang et Pickup (2005) intègrent à une méthode de changement d'échelle globale une estimation des perméabilités relatives équivalentes. De plus, des phénomènes de dispersion numérique peuvent entraîner des problèmes importants dans les solutions de transport à l'échelle grossière. Enfin, étendre ces résultats à des écoulements triphasiques ou compositionnels, ou à des systèmes fracturés n'est pas trivial. Cette problématique pour le changement d'échelle en écoulement multiphasique est un thème de recherche actuellement très actif (voir par exemple (Dale et Kleppe, 2002; Suzuki et Hewett, 2002; Braun et al., 2005)).

3.5 Méthodes complémentaires pour l'amélioration des résultats du changement d'échelle

3.5.1 Méthodes multi-échelles

Une extension des méthodes de changement d'échelle en écoulement monophasique, est l'approche dite multi-échelle ou *multiscale upscaling*, aujourd'hui domaine d'études dynamique. Contrairement aux autres méthodes de changement d'échelle qui cherchent à calculer les paramètres équivalents pour résoudre le problème d'écoulement sur le maillage grossier, ces méthodes cherchent à approximer la solution sur la grille fine, sans résoudre directement le problème d'écoulement sur cette grille. Ces techniques procèdent en deux étapes : (1) une première étape de calcul de paramètres équivalents à une échelle grossière (similaire à un changement d'échelle), pour résoudre l'équation de pression (problème d'écoulement), puis (2) une étape de reconstitution de la vitesse sur le maillage fin, à partir d'une solution obtenue sur le maillage grossier grâce à la première étape, pour résoudre l'équation de saturation (problème de transport). Pour des simulations d'écoulement monophasique, diphasique ou triphasique, le problème d'écoulement représente généralement l'étape limitante dans la résolution du système. La résolution du problème de transport sur la grille fine reste en général réalisable en un temps raisonnable (Gerritsen et Durlofsky, 2005). Toutefois, ces méthodes nécessitent de conserver la représentation géométrique et le modèle de propriétés pour le modèle grossier et le modèle fin.

Actuellement, deux types de développements ont été menés : les méthodes de grille duale (*dual-grid methods*), et plus récemment les méthodes d'éléments et volumes finis multi-échelles (*multiscale finite element and finite volume methods*).

Méthodes multi-échelles par grille duale

Les premiers à utiliser une procédure de type grille duale ont été Ramè et Killough (1991) ; toutefois, la méthode d'interpolation proposée n'assure pas de capturer les hétérogénéités de l'échelle fine, ni le comportement physique de l'écoulement. Guérillot et Verdière (1995) étendent donc cette approche en résolvant un problème d'écoulement sur chaque bloc grossier pour obtenir la solution à l'échelle fine. Toutefois, la méthode de changement d'échelle employée (moyenne géométrique des perméabilités), trop imprécise, entraîne des erreurs dans la solution du problème. Des travaux plus avancés sont présentés par Gautier et al. (1999), où un changement d'échelle classique (local en pression constante/pas d'écoulement) est appliqué, puis de nouvelles conditions définies à partir de la solution sur le modèle grossier sont utilisées pour reconstituer la vitesse à l'échelle fine. Ainsi, la conservation de la masse est assurée localement. Une simulation sur lignes de courant est ensuite effectuée pour résoudre l'équation de transport. Cette méthode a également été employée par Audigane et Blunt (2003) en résolvant le système par un schéma IMPES (*Implicit Pressure Explicit Saturation*) classique. Des exemples illustrent les limites de la méthode pour des formations très hétérogènes. On peut toutefois regretter le choix de la méthode de changement d'échelle qui, dans des cas fortement hétérogènes et/ou anisotropes, risque de conduire à des résultats insatisfaisants pour le problème d'écoulement. Chen et al. (2003) montrent en effet que des résultats plus précis peuvent être obtenus par une procédure similaire

en effectuant un changement d'échelle global (ici, local-global couplé).

Méthodes multi-échelles d'éléments et volumes finis

Le premier travail réalisé pour le développement d'une méthode multi-échelle a été proposé par Hou et Wu (1997). L'idée de cette méthode (MsFEM) est de construire des fonctions de base pour approximer les variables inconnues, en résolvant un problème d'écoulement local de façon à capturer les hétérogénéités à l'intérieur de chaque élément. Contrairement aux méthodes classiques de changement d'échelle ou aux méthodes multi-échelles par grille duale, aucun paramètre équivalent n'apparaît explicitement ici. Les effets de l'échelle fine sont assemblés dans une matrice de raideur globale utilisée pour le problème de l'échelle grossière. De plus, les fonctions de base sont également utilisées pour reconstituer la vitesse sur la grille fine. Cette méthode a ensuite été améliorée en adoptant une méthode par éléments finis mixtes (MsMFEM), d'abord par Chen et Hou (2003) afin d'assurer la conservation de la masse lors de la reconstitution des vitesses, puis par Chen et Yue (2003) en introduisant des fonctions de base pour prendre en compte les puits.

Contrairement à ces méthodes, Arbogast (2002) propose une approche par sous-grille (NSUM pour *Numerical Subgrid Upscaling Method*), localement conservatrice. Un opérateur à l'échelle grossière est couplé à un opérateur à l'échelle de sous-grille, défini pour chaque élément de la grille grossière. Comme pour les méthodes précédentes, les problèmes sont ensuite résolus indépendamment sur la grille grossière et sur la sous-grille, en imposant des conditions aux limites des blocs grossiers (schéma d'éléments finis mixtes), et les paramètres de chaque échelle sont mutuellement mis à jour.

Une approche basée sur les volumes finis (MsFVM), lesquels sont plus couramment utilisés en simulation de réservoirs, est proposée par Jenny et al. (2003) pour un écoulement monophasique et étendue par Jenny et al. (2004) pour un écoulement multiphasique. Dans cette méthode, deux ensembles de fonctions de base sont calculés, l'un pour le calcul des transmissibilités à l'échelle grossière, l'autre pour la reconstitution de la vitesse en assurant la conservation de la masse. Ces fonctions de base sont à nouveau estimées en résolvant des problèmes d'écoulement locaux. Toutefois cette méthode est actuellement toujours limitée aux grilles cartésiennes uniquement.

(Kippe et al., To appear) comparent différents algorithmes multi-échelles, NSUM, MsMFEM, MsFVM, et la méthode de changement d'échelle adaptatif local-global couplé avec un algorithme de reconstitution de vitesse sur la grille fine (ALGUNG) (Chen, 2005), selon différents critères. Les principales conclusions de leurs travaux sont résumées ici. Toutes les méthodes apparaissent robustes pour des milieux à distribution de perméabilité log-normale. Toutefois, sur des milieux hétérogènes (chenaux), des différences entre les méthodes sont observées. Alors que MsMFEM et ALGUNG sont toujours robustes, bien que MsMFEM semble sensible aux effets de grille pour certains cas (perte de précision), des résultats moins précis sont obtenus par NSUM. Quant à MsFVM, les solutions de vitesse sont parfois aberrantes à l'échelle fine, même si les résultats de l'échelle grossière apparaissent raisonnables. En terme de ressources de calcul, leurs résultats indiquent que MsMFEM et MsFVM sont les moins gourmandes. Toutefois, les auteurs soulignent que ALGUNG pourrait être considérablement plus efficace, au prix d'une relativement moins

bonne précision des résultats.

Bilan sur les approches multi-échelles

Dans toutes les méthodes multi-échelles présentées ci-dessus, les paramètres pour obtenir la solution à l'échelle grossière et ceux pour la reconstitution de la vitesse sont estimés en imposant des conditions aux limites, de façon similaire à un changement d'échelle local (exception faite de l'algorithme ALGUNG qui n'impose des conditions aux limites locales que pour la reconstitution des vitesses). Bien que ces méthodes permettent d'obtenir des résultats bien souvent plus précis que par un changement d'échelle local, des erreurs apparaissent encore dans la résolution du problème.

En résolvant l'équation de transport sur la grille fine plutôt que sur la grille grossière comme pour les méthodes de changement d'échelle classiques, une amélioration conséquente est généralement obtenue (Gerritsen et Durlofsky, 2005). En outre, ces méthodes permettent de s'affranchir dans une certaine mesure du besoin de changement d'échelle pour les paramètres multiphasiques (perméabilité relative, pression capillaire) puisque ceux-ci dépendent de la saturation. En résolvant l'équation de saturation directement sur la grille fine, ces paramètres sont donc pris en compte de façon précise dans le problème de transport. Une approximation demeure toutefois dans la résolution de l'équation de pression, car le changement d'échelle effectué ne prend généralement pas en compte la mobilité.

3.5.2 Utilisation de grilles adaptatives basées sur l'écoulement pour l'*upgridding*

L'*upgridding* est le processus par lequel la résolution spatiale du modèle de simulation est déterminée (King, 2007). Le choix de cette résolution influence la précision du changement d'échelle, et des auteurs se sont intéressés à générer des grilles adaptatives pour améliorer les résultats du changement d'échelle. Comme démontré par Zhang et al. (2004) sur des expériences en laboratoire, il est primordial de bien préserver les connectivités des structures dans les milieux fortement hétérogènes lors du changement d'échelle. L'utilisation de grilles adaptatives permet notamment de mieux assurer une bonne conservation de ces connectivités. L'idée est de capturer au sein du maillage, par un raffinement plus important, les régions à fort écoulement, en minimisant les hétérogénéités à l'intérieur des blocs de la grille grossière. Au contraire, les régions de faible flux seront représentées par un maillage plus lâche. Ainsi, les prédictions pour le transport sont souvent considérablement améliorées. Ce procédé peut notamment être utilisé pour traiter des structures particulières comme les failles ou les trajectoires de puits, selon une approche similaire au raffinement local de grille.

Un des premiers travaux dans cette optique a été proposé par Garcia et Aziz (1992). Le principe de cette méthode est de générer un maillage de grille structurée irrégulière de façon à ce que les blocs soient les plus homogènes possible selon un critère donné (porosité ou perméabilité). L'algorithme génère des blocs suivant trois conditions : (1) les hétérogénéités à l'intérieur d'un bloc sont réduites au maximum de façon à faciliter le calcul de changement d'échelle, (2) les différences de volume trop importantes entre deux blocs adjacents sont évitées, et (3) des raffi-

nements sont effectués dans les régions clefs comme autour des puits. Toutefois cette technique n'est qu'une première étape vers les grilles d'écoulement adaptatives puisque la génération du maillage n'est basée que sur l'homogénéité des propriétés et non sur les zones à fort écoulement.

Durlofsky et al. (1997) propose une première procédure pour générer des modèles grossiers sur grilles cartésiennes, avec une résolution de maillage plus dense pour les régions à flux important. Toutefois cette technique impose que le maillage de la grille grossière soit aligné avec celui de la grille fine. De nombreux travaux ont ensuite été conduits pour étendre cette approche à des grilles structurées irrégulières plus flexibles (par exemple (Edwards et al., 1998; Castellini, 2001; Wen et al., 2003)) (Figure 3.9a,b). Ces méthodes utilisent des simulations sur lignes de courant, effectuées sur le modèle fin, pour obtenir rapidement les conditions d'écoulement au sein du réservoir. Le maillage de la grille grossière est ensuite adapté de façon à épouser au mieux les directions d'écoulement. Beaucoup de ces techniques ont été développées pour des modèles en deux dimensions. La technique proposée par Edwards et al. (1998) consiste à sélectionner de façon arbitraire un ensemble de lignes de courant sur lesquelles le champ de pression est interpolé, puis les noeuds du maillage sont distribués à des valeurs de pression fixes. Les noeuds appartenant à deux lignes de courant voisines sont ensuite reliés par un segment de façon à créer des lignes isopotentielles. Castellini (2001) étend cette approche en 3D, mais la méthode reste limitée à des schémas d'écoulement simples. Mlacnik et al. (2004) font un premier pas vers l'utilisation de maillages non structurés en trois dimensions pour les grilles adaptatives avec une méthode PEBI 2,5D (Figure 3.9c,d). Cette technique consiste à construire un diagramme Voronoï en deux dimensions d'un ensemble de points préalablement distribués le long des lignes de courant, extrudant ensuite la grille résultante le long des lignes. Ainsi, des schémas d'écoulement complexes peuvent être efficacement traités. Cependant, les grilles générées ne respectent pas strictement les directions d'écoulement, puisque certaines faces ne sont ni perpendiculaires, ni parallèles à la direction d'écoulement. Étendue en 3D, la méthode risque de conduire à l'apparition de nombre de ces faces obliques. La génération de maillages 3D complètement non structurés dans ce contexte est proposée par Prévost et al. (2005) (Figure 3.9e,f). Une technique innovante, qui utilise des grilles pixel (Figure 3.9g,h), beaucoup plus simples à générer que les maillages par triangulation de Delaunay contrainte (ou son dual Voronoï) est développée par (Souche, 2004). Toutefois, dans des configurations de fortes anisotropies et/ou hétérogénéités, la génération d'un maillage de bonne qualité pour la simulation d'écoulement peut devenir impossible, en raison du tracé très complexe des lignes de courant.

Comme on l'a vu au chapitre précédent 2, ces grilles basées sur les lignes de courant offrent un outil prometteur pour résoudre autant que possible la problématique de l'approximation du flux. En adaptant le maillage à la direction principale d'écoulement, l'approximation à deux points reste alors valide, et il n'est nul besoin de recourir à une approximation à plusieurs points qui entraîne de nombreuses difficultés.

Dans son analyse, King (2007) suggère d'adapter les règles pour la génération de la grille de simulation aux erreurs introduites par le changement d'échelle. Il met ainsi en évidence qu'il peut être intéressant de construire la grille de simulation d'un même modèle différemment suivant le scénario d'écoulement à simuler.

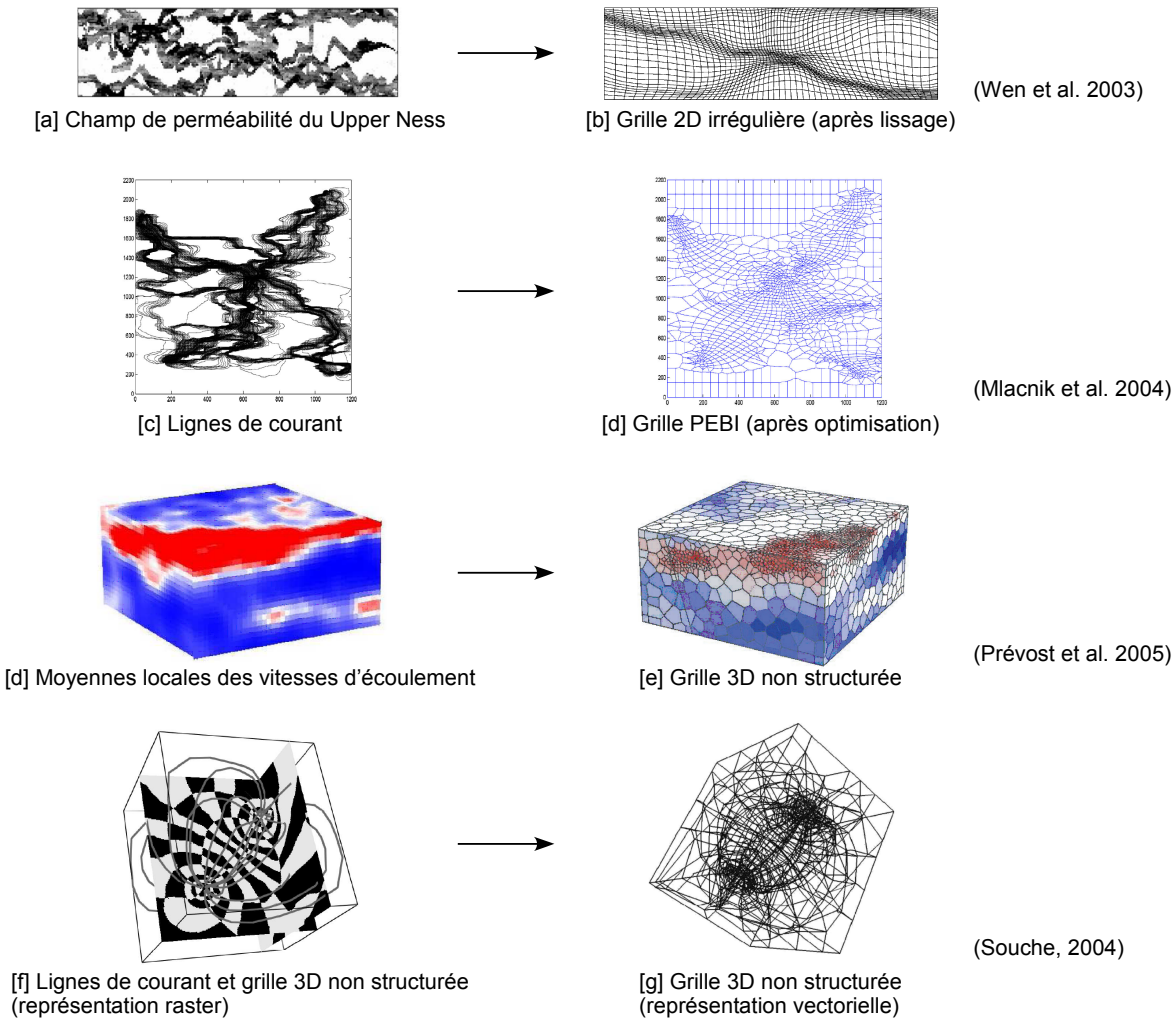


FIG. 3.9 – Les différents types de grille adaptative basée écoulements

3.5.3 Bilan

Ces méthodes complémentaires que sont les approches multi-échelles ou les techniques de maillage adaptatif pour l'*upgridding* ont pour but d'améliorer les résultats des méthodes de changement d'échelle conventionnelles, le plus souvent des procédures locales. En les couplant à des méthodes de changement d'échelle globales, leurs résultats pourraient alors être encore améliorés (voir le couplage de la méthode locale-globale avec un algorithme de grille duale). Les algorithmes multi-échelles permettent d'étendre les méthodes développées pour le problème d'écoulement à un traitement plus précis du problème de transport. Les techniques de grilles adaptatives basées sur l'écoulement permettent de minimiser les erreurs dues au changement d'échelle dans les zones de plus grande importance, et d'appliquer un schéma *TPFA* sur des maillages non structurés.

Toutes ces méthodes ne sont toutefois pas encore pleinement satisfaisantes, et font l'objet de nombreux développements, afin d'améliorer leur mise en oeuvre pour généraliser leur utilisation.

3.6 Discussion : les sources d'erreur dans le changement d'échelle local

Les méthodes de changement d'échelle les plus couramment utilisées aujourd'hui dans l'industrie pétrolière sont les méthodes numériques locales par simulations d'écoulement monophasique en régime permanent. Dans leurs travaux, Sablock et Aziz (2005) étudient les erreurs dues à ce type de changement d'échelle sur les réservoirs hétérogènes. Ils distinguent deux sources d'erreur : (1) les erreurs dues à la discrétisation (augmentation de taille des cellules), et (2) les erreurs dues à l'homogénéisation. En effet, en augmentant la résolution de la grille, les erreurs de troncature sont augmentées, entraînant par conséquent la diffusion numérique des résultats d'écoulement. D'autre part, l'homogénéisation aura tendance à rendre le champ de perméabilité plus lisse. Les erreurs dues à l'homogénéisation viennent d'abord du fait que les méthodes de changement d'échelle sont basées sur un écoulement monophasique, où le problème de transport reste ignoré, or le résultat est ensuite utilisé pour des écoulements multiphasiques. Durlofsky (2005) souligne que l'utilisation de grilles basées écoulement réduit généralement cette source d'erreur. Sablock et Aziz (2005) étudient notamment deux types de formations : (1) un champ de perméabilité statistiquement isotrope, et (2) un champ de perméabilité fortement hétérogène et anisotrope.

3.6.1 Milieu à perméabilité statistiquement isotrope

Différents degrés de changement d'échelle ont été effectués et trois catégories de modèles grossiers ont pu être individualisées : (1) les modèles à faible degré de changement d'échelle (< 10), (2) les modèles à degré de changement d'échelle intermédiaire ($10 - 20$), et (3) les modèles à fort degré de changement d'échelle (> 20). Pour chacune de ces catégories, l'analyse des erreurs mène à une conclusion différente. Dans leurs expériences, les auteurs observent une sous-estimation systématique, pour tous les degrés de changement d'échelle, de la perméabilité équivalente.

1. Les modèles à faible degré de changement d'échelle présentent des erreurs majoritairement dues à la discrétisation, pour la saturation, alors que ces erreurs restent relativement faibles pour la pression, davantage influencée par la perte d'hétérogénéité.
2. Les modèles à changement d'échelle intermédiaire présentent une augmentation des erreurs d'homogénéisation pour la saturation, mais l'erreur totale reste relativement stable, par effets opposés des deux sources d'erreur. La pression reste principalement sensible à la perte d'hétérogénéité.
3. Les erreurs introduites pour les modèles à fort changement d'échelle sont majoritairement dominées par l'homogénéisation, et ceci pour la saturation comme la pression.

3.6.2 Milieu anisotrope fortement hétérogène

Même pour de très faibles degrés de changement d'échelle, des erreurs déjà importantes dues à la perte d'hétérogénéité sont observées. De plus, au-delà d'un degré de changement d'échelle de 5 seulement, ce type d'erreur augmente brusquement. Là encore, un effet d'équilibre est observé avec les erreurs dues à la discrétisation, puisque les erreurs par perte d'hétérogénéité sont supérieures à l'erreur totale introduite par le changement d'échelle. L'observation des distributions statistiques (graphes quantile-quantile) des deux modèles de perméabilité, fin et grossier, pour chaque degré de changement d'échelle effectué, montre une tendance à la surestimation des perméabilités équivalentes.

3.6.3 Milieu fracturé

Dans le cas de milieux fracturés, qui constituent des milieux parmi les plus hétérogènes, l'attention devra donc être portée en particulier sur la bonne conservation des hétérogénéités, notamment celles introduites par les fractures. De plus, comme vu dans le Chapitre 1, Section 1.8.4, l'influence des conditions aux limites locales est telle sur ce type de milieu, que les valeurs de perméabilités équivalentes peuvent varier très fortement. Enfin, ces réservoirs vont le plus souvent se caractériser par une connectivité à grande échelle qui ne pourra être correctement traitée par des méthodes locales. Pour ces raisons, il apparaît nécessaire d'opter plutôt pour des méthodes globales.

3.7 Conclusion

La problématique de changement d'échelle a fait l'objet de très nombreux travaux durant les cinquante dernières années. Dans ce chapitre, ces méthodes ont été classées selon différents critères, analytiques ou numériques, locales ou globales. Elles peuvent être utilisées pour la résolution du problème d'écoulement seul ($\mathbf{k}^*$ ou T^*), ou celle du problème de transport également (k_r^* et p_c^*). Considérant leurs inconvénients et avantages respectifs, il est aussi possible de les regrouper en termes de performance, précision ou champ d'applications (Tableau 3.2).

Les méthodes analytiques sont les plus rapides, et peuvent être exactes pour un type de milieu donné. Toutefois, elles ne pourront pas être appliquées sans approximation à tout milieu hétérogène. Parmi ces méthodes, le cas particulier de la renormalisation doit être mentionné, qui offre un mode de résolution similaire aux méthodes de changement d'échelle numériques locales.

Au contraire les méthodes numériques sont plus générales et peuvent être appliquées avec une relative bonne précision à des systèmes variés. Parmi ces méthodes numériques, les techniques locales et globales, appliquées pour le problème d'écoulement seul ou celui de transport, ne présenteront pas les mêmes caractéristiques. Les premières sont rapides, robustes, et génèrent un modèle indépendant d'un scénario d'écoulement particulier, qui peut donc être pareillement utilisé pour tout type de conditions (paramètres de contrôle des puits, localisation des puits, présence d'aquifère, etc.). Toutefois, ces conditions aux limites locales sont souvent la source d'erreurs importantes. Les secondes pêchent par leur robustesse et peuvent être très gourmandes en temps et en mémoire, mais elles apportent généralement une meilleure précision pour des

milieux très hétérogènes, pour une gamme de scénarios d'écoulement donnés, et traitent naturellement les singularités que sont les puits.

	Méthodes analytiques	**Méthodes numériques**	
		Locales	**Globales**
Simplicité	$\oplus\oplus$	$\oplus$	$\ominus\ominus$
Rapidité	$\oplus\oplus$	$\oplus$	$\ominus\ominus$
Coût mémoire	$\oplus\oplus$	$\oplus$	$\ominus\ominus$
Précision	$\oplus\oplus$ si adaptées $\ominus\ominus$ sinon	$\ominus$	$\oplus\oplus$
Indépendance	$\oplus$	$\ominus\ominus$	$\ominus$
Applicabilité	Suivant les cas pour lesquels elles ont été établies	Milieu à perméabilité statistiquement isotrope	Milieu très hétérogène
		Contrastes de perméabilité modérés	Forts contrastes de perméabilité
			Connectivités à grande échelle
			Puits

Tab. 3.2 – Tableau récapitulatif des caractéristiques des différentes méthodes de changement d'échelle

Comme souligné par Christie (2001), la robustesse et l'indépendance des résultats à un scénario d'écoulement sont les deux problèmes encore non résolus aujourd'hui pour le changement d'échelle. Les auteurs s'accordent donc actuellement à dire que le choix de la méthode de changement d'échelle dépend du milieu à modéliser, de ses propriétés et de sa géométrie, pour trouver le meilleur compromis entre performance et précision. On observe toutefois une tendance vers l'utilisation de méthodes dépendant d'un scénario d'écoulement, notamment avec le développement des techniques de génération de maillage basé sur les écoulements, qui permettent une amélioration considérable des résultats. Et parce que les perméabilités calculées sont le plus souvent des perméabilités de bloc et non des perméabilités effectives, il paraît naturel qu'une méthode de changement d'échelle robuste prenne en compte le problème d'écoulement global considéré, et non seulement la distribution de la perméabilité.

L'approche de changement d'échelle présentée dans cette thèse (Chapitre 4) est une approche globale. Toutefois, l'introduction de conditions aux limites est réduite autant que possible, afin de fournir un modèle indépendant de scénarios d'écoulements. Par la nature de la grille utilisée vue au chapitre précédent 2, il est naturel de procéder à un changement d'échelle en transmissibilité. De plus, sa structure flexible permet d'adapter facilement le maillage aux écoulements, même dans des configurations d'anisotropie et d'hétérogénéité très complexes. Enfin, il est également possible d'améliorer encore les résultats en intégrant ce changement d'échelle dans un algorithme de grille duale, entièrement global (où aucune condition aux limites n'est imposée).

Les conditions réunies ici permettent en particulier de mieux traiter le cas des réservoirs fracturés que les modèles hybrides actuels, reposant tous sur une méthode de changement d'échelle locale (Chapitre 1, Section 1.5). Enfin, ce changement d'échelle est tout à fait adapté à une approche hiérarchique (Chapitre 1, Section 1.6).

Chapitre 4

Méthode de changement d'échelle globale adaptative : application aux réservoirs hétérogènes et fracturés

Sommaire

4.1 Procédure de changement d'échelle globale adaptative 116
4.2 Proposition pour une extension à une approche multi-échelle 130
4.3 Application à des milieux hétérogènes 134
4.4 Application à un milieu fracturé 144
4.5 Conclusion 155

Comme on l'a vu au chapitre 3 précédent, les méthodes de changement d'échelle locales sont reconnues être fortement biaisées pour des formations très hétérogènes, et il est généralement conseillé de recourir à des méthodes globales afin de limiter les sources d'erreurs dues à l'homogénéisation. Toutefois, les méthodes globales actuelles sont souvent trop peu robustes, et il est nécessaire de développer des approches systématiques, qui ne génèrent pas des valeurs de propriétés aberrantes. Il est également intéressant de pouvoir coupler une approche de changement d'échelle globale avec une procédure de maillage adaptative, de façon à améliorer encore les résultats du changement d'échelle.

Lorsque l'on traite des réservoirs fracturés, la revue proposée au Chapitre 1 a permis de définir les caractéristiques d'une méthode de changement d'échelle précise, qui réponde aux exigences répertoriées :

1. Un changement d'échelle réalisé sur une représentation non idéalisée du réseau de fractures, pour limiter les approximations dues à la simplification du réseau et mieux reproduire les échanges matrice-fractures.
2. Une méthode globale, pour limiter les erreurs introduites par les conditions aux limites locales arbitraires.
3. Une procédure adaptative, pour mieux préserver les régions à fort écoulement, et représenter explicitement les fractures majeures selon une approche hiérarchique.

4. Un modèle double porosité/double perméabilité, pour reproduire le comportement caractéristique des milieux fracturés.

La méthode de changement d'échelle développée dans cette thèse, et présentée dans (Vitel et Souche, 2007; Vitel, 2007), répond à ces quatre points. C'est une technique globale, systématique et robuste. La procédure est divisée en trois étapes, détaillées dans la première partie de ce chapitre. Après avoir sélectionné un ensemble de noeuds dans le domaine, le changement d'échelle est réalisé par une décimation de tous les noeuds qui n'ont pas été sélectionnés, puis par une décimation optionnelle des connexions les plus faibles. Dans une deuxième partie, il est montré que cette technique peut être facilement étendue à une procédure multi-échelle sur grille duale. La troisième partie de ce chapitre présente des résultats de simulations d'écoulement réalisées sur différents modèles 2D et 3D, hétérogènes et fracturés, avec différents scénarios. Ces études démontrent la précision de la méthode de changement d'échelle, notamment pour des cas où les méthodes classiques ne permettent pas de reproduire correctement le modèle de référence.

4.1 Procédure de changement d'échelle globale adaptative

Traditionnellement, les méthodes de changement d'échelle forment des cellules grossières, considérées comme des volumes élémentaires représentatifs, par regroupement de l'ensemble de cellules du modèle fin auquel elles correspondent. Les paramètres équivalents pour chacune de ces cellules grossières sont calculés de façon à reproduire le comportement de l'écoulement de ces cellules fines, pour des conditions aux limites données. La méthode présentée ici diffère de cette approche traditionnelle. Elle consiste à créer un système simplifié, équivalent au modèle fin, pour réduire le nombre d'inconnues tout en reproduisant les conditions d'écoulement en un ensemble de points d'observation. Ces points peuvent par exemple être vus comme des pseudo puits au niveau desquels on souhaite que la pression et le débit soient identiques dans le modèle fin et le modèle simplifié. Dans la suite de ce chapitre, nous parlerons donc de modèle grossier pour faire référence aux modèles obtenus par une méthode de changement d'échelle traditionnelle, et de modèle simplifié pour faire référence aux modèles obtenus par notre méthode.

Notre procédure de changement d'échelle se déroule en trois étapes :

1. **Sélection des noeuds** : les points d'observation sont sélectionnés suivant un critère de propriété choisi par l'utilisateur. La technique s'apparente ainsi aux méthodes adaptatives pour l'*upgridding*. Il est également possible d'étendre ce principe à la sélection de tout un ensemble de noeuds constituant des chemins préférentiels.
2. **Décimation des noeuds** : tous les noeuds qui n'ont pas été sélectionnés sont supprimés, et de nouvelles connexions sont créées entre les noeuds restants de façon à générer un modèle équivalent en termes de pression et de débit aux noeuds, pour un écoulement monophasique incompressible en régime permanent. Les transmissibilités de ces nouvelles connexions sont calculées sans imposer aucune condition aux limites.
3. **Décimation des connexions** : les plus faibles connexions sont supprimées par une procédure d'optimisation, qui nécessite de résoudre l'équation de pression sur le modèle déjà

simplifié. Cette étape est optionnelle et dépend du nombre de connexions à l'issue de la décimation des noeuds. Le but est de rendre le système d'équations d'écoulement aussi creux que possible pour diminuer le temps de la simulation d'écoulement.

4.1.1 Sélection des noeuds

Avant de procéder au changement d'échelle proprement dit, il est nécessaire de choisir les points d'observations. Cette première étape est essentielle pour obtenir un changement d'échelle de bonne précision. En effet, elle consiste à sélectionner les noeuds les plus représentatifs dans le modèle fin géologique, qui seront conservés dans le modèle simplifié. La méthode que nous proposons dans cette thèse diffère donc quelque peu des approches traditionnelles qui cherchent à regrouper le plus judicieusement des volumes de contrôle. Mais l'idée générale est similaire. Dans les deux cas, le but est de conserver une bonne représentation des régions importantes dans le modèle après changement d'échelle, et de représenter de façon plus approximative les régions de faible écoulement, dont l'impact sur le comportement général du réservoir sera moindre.

Les méthodes actuelles d'*upgridding* pour générer des grilles grossières basées sur l'écoulement ne sont pas encore largement répandues, car elles présentent des inconvénients importants, comme souligné par Aarnes et al. (2007). En général, les contraintes liées aux grilles d'écoulement utilisées (grilles k-orthogonales) rendent difficile la construction d'un maillage permettant de capturer les caractéristiques importantes du modèle géologique. Ces méthodes échouent même généralement à préserver de façon appropriée les structures clefs de petite taille, comme des chenaux étroits à fort écoulement, ou de minces couches d'argile. Par ailleurs, ces grilles souffrent de leur manque de flexibilité géométrique, ce qui les limite le plus souvent à deux dimensions. De plus, comme elles reposent pour la plupart sur des simulations d'écoulement sur lignes de courant, il est nécessaire de procéder à un lissage du résultat car les chemins d'écoulement peuvent être très irréguliers. Enfin, comme les lignes de grilles grossières non structurées ne sont pas alignées avec celles de la grille fine structurée, il faut effectuer un ré-échantillonnage des données géologiques.

La méthode développée ici réalise simultanément l'*upgridding* et le changement d'échelle. En effet, l'étape de sélection des noeuds ne construit pas une grille grossière sur laquelle le changement d'échelle sera ensuite appliqué. Elle permet seulement de fixer les noeuds qui serviront de points d'observation pour le changement d'échelle. L'*upgridding* est effectué simultanément avec le changement d'échelle lors de l'étape suivante de décimation des noeuds. Ceci permet de s'affranchir (1) de la construction difficile d'un maillage, (2) d'une étape de lissage, car les connexions entre les différents volumes de contrôle sont créées indépendamment de la forme de ces volumes, et (3) d'un ré-échantillonnage des données. Enfin la structure de grille utilisée est celle du *PipeNetwork*, qui par sa grande flexibilité permet de s'adapter à toutes sortes de géométrie.

Actuellement nous proposons deux moyens pour sélectionner les noeuds le plus judicieusement possible. Le premier repose sur les valeurs d'une propriété donnée, caractéristique de l'écoulement potentiel en chaque noeud. Le second permet d'affiner cette première sélection en prenant en compte davantage de paramètres dans l'évaluation de chemins préférentiels d'écoulement. Ainsi, on tiendra compte dans la sélection des noeuds, non seulement des capacités de

conductivité des éléments, mais aussi de leur connectivité et de leurs chances de drainage par les puits.

Les critères de propriété pour la sélection des noeuds : vers une méthode adaptative

Différents critères de propriété peuvent être utilisés comme base à la sélection des noeuds. Dans les applications illustrées dans la suite de ce chapitre, nous avons alternativement opté pour un critère d'*inflow*, représentant la somme des débits entrants en chaque noeud, ou un critère de k-distance, représentant la distance aux puits pondérées par la racine carrée de la perméabilité (M. Karimi-Fard, communication personnelle). D'autres critères pourraient également être envisagés.

Le critère d'*inflow* permet d'évaluer la contribution de chaque élément à la circulation des fluides dans l'ensemble du réservoir. Ainsi, on détectera les noeuds qui participent de façon importante à l'écoulement, et ceux par lesquels peu de flux circulera. Pour des raisons de temps de calculs, ce critère est évalué pour un écoulement monophasique incompressible en régime permanent, ce qui correspond à résoudre l'équation de pression sur le modèle fin. Toutefois, cela peut s'avérer coûteux sur de larges modèles.

Le critère de *k-distance* est utilisé comme une approximation de l'écoulement dans le réservoir. Il a l'intérêt d'être très rapide à calculer. L'idée est que l'écoulement sera d'autant plus fort que l'on est situé à proximité des puits et que la perméabilité est forte. Si l'on considère deux couches, l'une fortement perméable et l'autre faiblement perméable, et trois points A, B (situés dans la couche perméable) et C (situé dans la couche imperméable), comme illustré Figure 4.1, alors qu'en distance euclidienne A est plus proche de C que de B, en k-distance A est plus proche de B que de C.

Un paramètre de contrôle supplémentaire est également utilisé pour limiter la taille des volumes qui peuvent être générés.

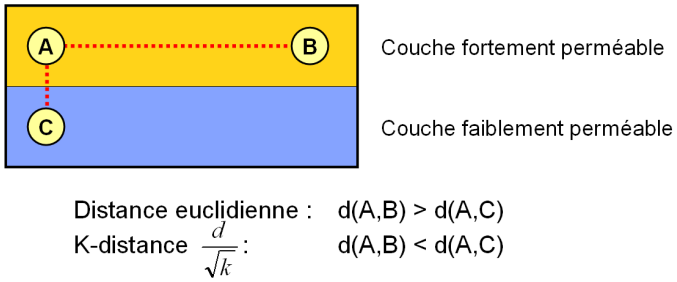


FIG. 4.1 – Schéma pour le calcul de k-distance

La méthode de sélection implantée dans nos travaux est une procédure semi-automatique. L'utilisateur doit fournir en entrée une table contenant une liste de centiles du critère de sélection. À chaque fourchette de centiles est associé un pourcentage de noeuds à conserver dans le modèle simplifié. Par exemple, si en entrée les centiles P0-P20 sont donnés avec le pourcentage associé 0.1, alors 10% des noeuds du modèle simplifié auront un critère compris entre P0 et P20, ils seront donc sous-échantillonnés dans le modèle simplifié par rapport au modèle fin. Entre

deux centiles, la sélection des noeuds à conserver se fait aléatoirement.

Cette procédure de sélection n'est qu'un prototype pour démontrer les capacités de la méthode, et l'intérêt de choisir judicieusement ces noeuds représentatifs. Elle nécessiterait d'être davantage automatisée. De plus, elle reste limitée à un seul critère de sélection basé sur une valeur de propriété. La combinaison de différents paramètres pourrait améliorer l'efficacité du processus. Par ailleurs, pour des formations chenalisées ou des réservoirs fracturés, il est intéressant de pouvoir sélectionner les chemins préférentiels d'écoulement, dont l'impact sur le comportement d'un réservoir peut être primordial. Cette notion de chemin fait appel à différents paramètres : la perméabilité ou conductivité, la connectivité des structures perméables, la localisation par rapport aux puits. Pour cela, des algorithmes spécifiques ont donc été développés.

Détection automatique de chemins préférentiels d'écoulement : vers une méthode hiérarchique

État de l'art - Il a été souvent mis en évidence autour de puits ou dans un réservoir que seules quelques fractures principales contrôlent effectivement l'écoulement. Par exemple, l'étude du site Fanay-Augères en France (Long et Billaux, 1987) a montré que seul 0.1% des fractures participait de façon majeure à l'écoulement à grande échelle. Les approches hiérarchiques développées par Lee et al. (2001) et Bourbiaux et al. (2002) classent les différents types de fractures, petites, moyennes ou grandes, selon un unique critère de dimension, la longueur des fractures par rapport à la taille des blocs de grille (Chapitre 1, Section 1.6). Bien que Bourbiaux et al. (2002) introduisent également la notion de connectivité des fractures comme critère de sélection, ils ne précisent pas les moyens d'évaluer cette connectivité. Ces approches n'estiment donc pas les chemins préférentiels d'écoulement pour déterminer les fractures majeures, et reposent seulement sur un critère purement géométrique.

Une approche très largement employée dans la littérature pour l'analyse des propriétés hydrauliques des réseaux de fractures est l'étude des graphes percolants, qui permet notamment de déterminer les fractures majeures (voir (Berkowitz et Edwing, 1998)). Ces techniques reposent sur la théorie de la percolation qui décrit le comportement d'amas connectés ou *clusters* dans un graphe aléatoire (Stauffer et Aharony, 1992). En raison de la nature statistiquement fractale des amas de percolation, qui peuvent être assimilés à des milieux hétérogènes et fracturés, des propriétés indépendantes de l'échelle apparaissent, et peuvent donc ensuite être appliquées de manière identique à l'échelle du pore, de l'échantillon ou du champ. Dans le cas de systèmes de fractures, le seuil de percolation est défini comme le seuil pour lequel la densité de fractures est telle que la connectivité du réseau devient suffisante pour permettre l'écoulement de fluides d'un côté à l'autre du domaine. Des lois de puissance ont été établies pour caractériser les éléments géométriques ainsi que les propriétés d'écoulement et de transport d'un réseau de fractures. Bour et Davy (1997, 1998) s'appuient sur la densité de fractures nécessaire pour assurer une connectivité suffisante du réseau, ou la probabilité d'une formation fracturée d'être hydrauliquement connectée. Cependant cette méthode repose à nouveau principalement sur les paramètres géométriques que sont la longueur des fractures, leur densité, et leur connectivité, et l'impact des fractures sur l'écoulement n'est pas directement pris en compte.

Dans leurs travaux, Rojas et Caers (2006) proposent une analyse dynamique du réseau de fractures afin de déterminer les principales fractures mises en jeu lors de l'écoulement. Cette méthode est basée sur le calcul du temps de vol lors de simulations sur lignes de courant, apportant un supplément d'informations aux critères purement géométriques. Les auteurs utilisent comme indicateur de fractures majeures les paquets de lignes de courant arrivant au puits producteur avec un temps de vol identique (indicateur de réseau de fractures) et très faible (indicateur de structures conductrices). Bien que cette approche permette de déterminer les fractures d'écoulement majeur, son application est néanmoins restreinte au choix des conditions aux limites et du scénario d'écoulement utilisé pour calculer le temps de vol. De plus, le critère de sélection des paquets de lignes de courant pertinents est délicat à évaluer. La méthode nécessite le transfert du modèle discret d'abord vers une grille fine pour le tracé des lignes de courant puis vers une grille grossière pour la simulation d'écoulement finale, étapes qui peuvent introduire des erreurs et nécessitent des traitements particuliers. Enfin, comme précédemment souligné pour le cas des grilles basées écoulement, une telle technique reposant sur des simulations sur lignes de courant risque d'échouer pour des réseaux de fractures discrètes, sur lesquels le tracé des lignes de courant peut devenir impossible.

Il apparaît donc nécessaire pour une meilleure sélection des fractures majeures de développer des outils permettant de considérer simultanément la conductivité des fractures, la connectivité du réseau, et la position des puits, tout en s'affranchissant au maximum de conditions aux limites spécifiques d'écoulement. Par ailleurs, il faut pouvoir intégrer ces fractures de façon discrète dans le modèle d'écoulement.

Algorithme pour la recherche de chemins préférentiels d'écoulement - La méthode développée dans cette thèse repose sur le calcul de chemins avec coût dans un graphe, ici le *PipeNetwork*. Dans les algorithmes de parcours de graphe avec coût ou poids, dont les plus connus sont l'algorithme de Dijkstra (voir (Aho et al., 1987)) et l'algorithme A* (prononcé A-star) (voir (Winston, 1988)), le coût utilisé est généralement la distance, le but étant de déterminer les chemins les plus courts. Pour notre problème, le poids doit être une propriété représentant la capacité de conductivité des éléments, soit directement le débit, qui nécessite de résoudre un problème d'écoulement sur le modèle fin, soit indirectement la transmissibilité. En outre, il est nécessaire de déterminer l'ensemble des chemins préférentiels d'écoulement et non le seul chemin optimal.

Une première méthode serait de déterminer tous les chemins possibles et de ne retenir que les k chemins préférentiels. Toutefois, il apparaît que les chemins ainsi déterminés sont redondants sur la majeure partie de leur parcours, et ne diffèrent qu'en quelques points. L'approche développée dans cette thèse est donc différente. L'idée n'est pas de déterminer les chemins optimaux, mais d'évaluer un ensemble de chemins potentiels. Pour cela, un ensemble de k noeuds est d'abord sélectionné dans le modèle fin selon un critère donné (par exemple *inflow* ou k-distance), puis les chemins de coût minimal (en débit ou transmissibilité) entre chacun de ces noeuds et les différents puits sont calculés par l'algorithme A*. Cet algorithme, dérivé de l'algorithme de Dijkstra, repose sur le principe de programmation dynamique (suppression des chemins redondants), et utilise une heuristique (souvent la distance restante à parcourir) afin d'assurer de

converger plus rapidement au point d'arrivée. L'algorithme est détaillé en Algorithme 1. Par la programmation dynamique, A* converge plus vite que l'algorithme de Dijkstra dès lors que de nombreux chemins sont possibles, ce qui est le cas dans notre étude. Reste à estimer l'heuristique, qui doit être minorante. Dans notre cas, nous proposons d'utiliser la distance euclidienne minimale entre le noeuds courant et un couple de puits injecteur/producteur. Cet algorithme permet donc de conjuguer la notion de conductivité par la propriété de coût utilisée (débit ou transmissibilité) et celle de distance, et donc au chemin de ne pas trop s'écarter du point d'arrivée. Toutefois, le choix est laissé à l'utilisateur de prendre en compte cette heuristique en la pondérant.

La Figure 4.2 illustre l'algorithme de sélection de chemin développé dans cette thèse. Cinq chemins de moindre coût ont été déterminés (Figure 4.2c) à partir du *PipeNetwork* (Figure 4.2b) extrait depuis le modèle fracturé de la Figure 4.2a. Les noeuds initiaux pour le calcul des chemins ont été sélectionnés selon le critère de k-distance, le coût entre deux noeuds du *PipeNetwork* est l'inverse de la transmissibilité, et aucune heuristique n'a été utilisée ici. On observe bien que les différents chemins passent par les fractures principales, connectées de sorte à naturellement former un chemin direct entre les deux puits. Il est à noter également que l'algorithme est appliqué sur un *PipeNetwork* représentant tout le milieu fracturé, fractures et matrice conjointement, ce qui permet de déterminer des chemins pour tout type de réservoir, même dans le cas où le réseau de fractures ne relie pas directement les puits. Le modèle utilisé ici en est un exemple, puisqu'avec cette disposition des puits, le fluide doit nécessairement transiter par la matrice.

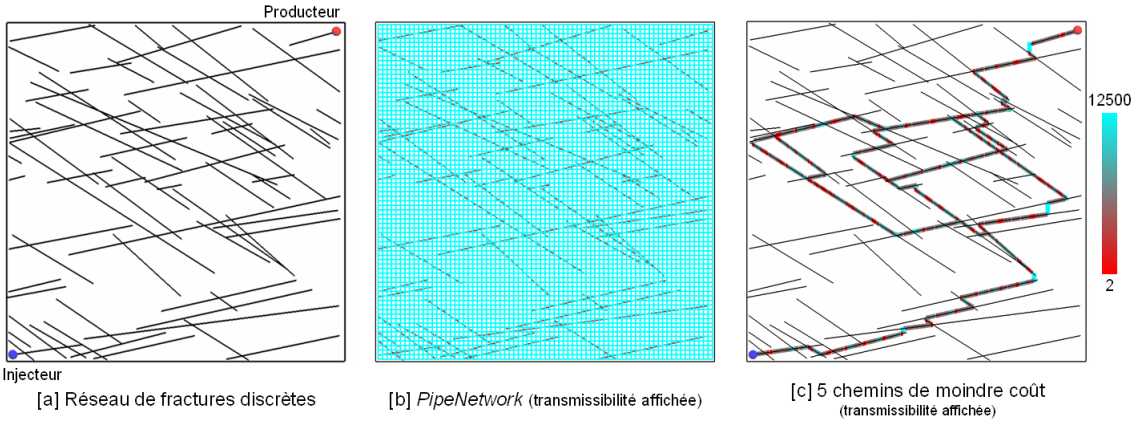


FIG. 4.2 – Détection de cinq chemins préférentiels dans un milieu fracturé par l'algorithme A*

4.1.2 Décimation des noeuds

Principe et algorithme

La première étape de la procédure de changement d'échelle repose sur l'analogie existant entre la circulation d'un fluide incompressible en régime permanent et celle d'un courant électrique. Cette analogie est utilisée notamment dans la procédure de renormalisation proposée par King (1989) (Chapitre 3, Section 3.2.2). Ainsi, les simplifications électriques sont appliquées dans

Algorithme 1 A*

```
1: S : noeud de départ
2: E : noeud d'arrivée
3: N : noeud courant
4: g(N_1, N_2) : coût entre les noeuds N_1 et N_2
5: h(N) : heuristique de N
6: f(N) : coût total enregistré pour N
7: Closed : liste
8: Open : liste de priorité
9: Ajouter S dans Open
10: tant que Open n'est pas vide faire
11:     N ← le noeud de moindre coût de Open
12:     Ajouter N dans Closed
13:     si N = E alors
14:         Reconstruire le chemin
15:         retourner vrai
16:     sinon
17:         pour chaque voisin V de N faire
18:             si V ∈ Closed alors
19:                 continuer
20:             sinon si V ∉ Open alors
21:                 Ajouter V dans Open
22:                 parent(V) ← N                    ▷ Assigner N comme parent de V
23:                 f(V) ← g(N, V) + h(V)            ▷ Calcul du coût de V
24:             sinon si V ∈ Open et g(N, V) + h(V) < f(V) alors
25:                                 ▷ Le chemin déjà calculé menant à V n'est plus optimal
26:                 parent(V) ← N                    ▷ Assigner N comme parent de V
27:                 f(V) ← g(N, V) + h(V)            ▷ Calcul du coût de V
28:                 Trier Open
29:             fin si
30:         fin pour
31:     fin si
32: fin tant que
33: retourner faux
```

le but du changement d'échelle pour déterminer le système simplifié équivalent au modèle fin. Dans notre algorithme, deux types de transformation sont appliqués pour simplifier le réseau : la transformation parallèle (Figure 4.3 en haut) et la transformation triangle-étoile de Kennelly ou sa généralisation polygone-étoile (Mauss, 1998) (Figure 4.3 en bas). La première fusionne deux connexions en parallèle, c'est-à-dire les deux seules connexions reliant deux mêmes noeuds, et associe à la nouvelle connexion la somme des deux conductances initiales. La seconde supprime un noeud et les connexions associées et crée de nouvelles conductances entre ses voisins. Ces transformations reposent sur l'application des lois de Kirchhoff et d'Ohm et assurent l'équivalence, en termes de pression et de débit en système monophasique à régime permanent, entre le réseau initial (Figure 4.3 gauche) et le réseau après simplification (Figure 4.3 droite). Toutes ces transformations sont effectuées sans imposer de condition aux limites au système. Il n'est en effet pas nécessaire de connaître les valeurs de pression ou de flux aux noeuds comme pour une méthode numérique. Dans notre cas, le calcul est basé sur des transformations analytiques qui reviennent à fixer les pressions et les débits aux noeuds.

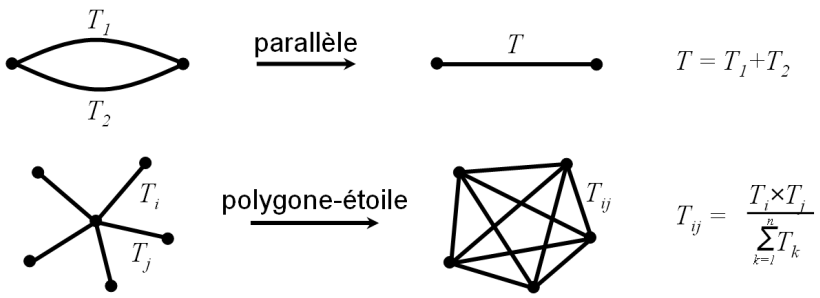


FIG. 4.3 – Transformations électriques (parallèle et polygone-étoile) et les équations associées

Ces deux transformations, parallèle et polygone-étoile, sont itérativement appliquées pour la décimation du *PipeNetwork*. Une telle procédure conduit à la suppression d'un très grand nombre de noeuds, et donc à la création d'un très large nombre de connexions. En effet, pour N_n voisins d'un noeud à supprimer, le nombre de connexions créées entre tous ces noeuds est égal à : $\sum_{i=1}^{N_n} N_n - i$. La topologie du *PipeNetwork* doit donc être fréquemment éditée et mise à jour. Une structure de graphe sous forme de matrice d'adjacence peut donc s'avérer dans ce cas plus intéressante qu'une représentation par liste d'incidence (voir Chapitre 2, Section 2.4.2). La représentation par matrice d'adjacence minimise le nombre d'allocations et désallocations de mémoire. Chaque noeud correspond à une ligne de la matrice, et les connexions avec ses voisins sont représentées par des valeurs de transmissibilité stockées dans la colonne correspondante. La suppression d'un noeud revient donc à vider une ligne de la matrice, et remettre à zéro les valeurs de transmissibilité dans la colonne. Par ailleurs, la transformation parallèle devient implicite avec une telle représentation. Si deux connexions se trouvent en parallèles, elles seront directement prises en compte dans la matrice en incrémentant la valeur de transmissibilité déjà enregistrée. Toutefois, l'inconvénient de cette structure est l'espace mémoire requis. Bien qu'une structure de matrice creuse triangulaire ait été choisie pour minimiser cet espace mémoire, cette représentation peut devenir trop coûteuse sur de larges systèmes, où la décimation des noeuds peut conduire à une matrice dense. Il est donc nécessaire d'adapter la structure de graphe au

système à résoudre pour trouver le meilleur compromis entre temps de calcul et coût mémoire.

Lors de la détermination du système équivalent, dans un but de simulation d'écoulement multiphasique, il est également nécessaire de calculer les nouveaux volumes poreux de chaque noeud du modèle simplifié. Pour cela, la porosité et le volume d'un noeud supprimé doivent être redistribués entre les différents voisins mis en jeu dans une transformation. Contrairement aux méthodes classiques de changement d'échelle, qui regroupent plusieurs volumes de contrôle du modèle fin en un seul volume de contrôle du modèle grossier, ici, le volume poreux de chaque élément supprimé est équitablement redistribué entre ses voisins.

À la différence des réservoirs hétérogènes, dans les réservoirs fracturés caractérisés par leur comportement de double milieu, il est nécessaire d'individualiser les deux milieux lors de la procédure de changement d'échelle. Les algorithmes restent fondamentalement inchangés ; ce qui diffère est le traitement de la redistribution des volumes poreux. En effet, il faut conserver dans le modèle simplifié le même volume poreux total pour les fractures et pour la matrice que dans le modèle fin. Dans ce cas, le volume et la porosité d'un noeud à supprimer sont redistribués seulement aux voisins de même type ; c'est-à-dire qu'un noeud de fracture sera aggloméré à ses voisins fracture, et un noeud de matrice sera aggloméré à ses voisins matrice. Par ailleurs, il est à noter que la procédure de changement d'échelle calcule directement les transmissibilités équivalentes matrice-matrices, fracture-fractures et matrice-fractures, conduisant ainsi à un modèle double porosité/double perméabilité, sans introduire de facteur de forme.

Validation

Afin de valider la précision de cet algorithme de décimation des noeuds, nous l'appliquons au milieu hétérogène présenté Figure 4.4. La perméabilité est statistiquement isotrope, de distribution log-normale variant entre 6 et 3295 mD. Le nombre de noeuds est réduit environ d'un facteur 100 : de 10 000 noeuds dans le modèle fin initial (Figure 4.5a) à 100 noeuds après décimation (Figure 4.5b). Les noeuds à conserver sont aléatoirement sélectionnés, aucun critère n'est utilisé ici. L'équation de pression est résolue sur le modèle fin et le modèle simplifié. Une différence de pression de 1000 psia (6894.76 kPa) est imposée entre les deux puits. La Figure 4.6 montre le diagramme de dispersion des pressions entre les deux modèles. Les pressions pour le modèle après décimation des noeuds sont en ordonnée et celles du modèle fin sont en abscisse. Si l'algorithme de décimation est exact, alors les points doivent être alignés sur la bissectrice, ce qui est effectivement observé. Afin de quantifier l'erreur sur la pression introduite par l'algorithme de décimation, nous utilisons la norme L_2, d'après la formule suivante :

$$L_2 = \sqrt{\frac{1}{N_S}\sum_{1}^{N_S}\left(\frac{P_S - P_f}{P_f}\right)^2} \tag{4.1}$$

avec N_S le nombre de noeuds du modèle simplifié, P_S la pression dans le modèle simplifié et P_f la pression dans le modèle fin.

Sur le modèle présenté ici, l'erreur mesurée est de $1.94 \times 10^{-8}\%$. Le système obtenu par décimation des noeuds est donc bien équivalent au modèle fin, à la précision et la diffusion

numérique près. En effet, plus le nombre de manipulations effectuées est grand, plus on observera une accumulation d'erreur due à la diffusion numérique.

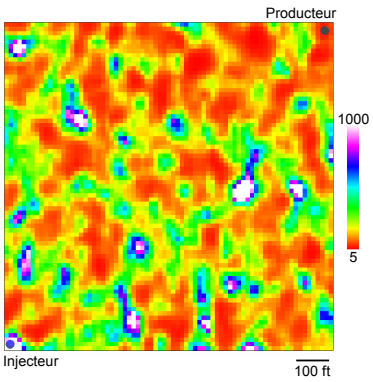


FIG. 4.4 – Modèle hétérogène à perméabilité statistiquement isotrope

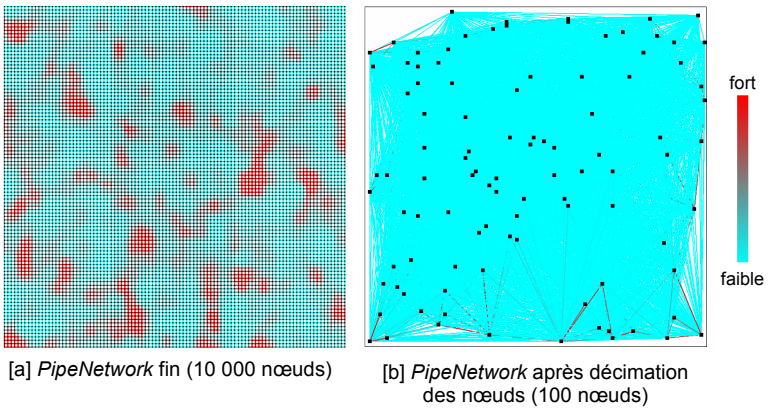


FIG. 4.5 – *PipeNetworks* fin initial et après décimation des noeuds pour le modèle à perméabilité isotrope

L'inconvénient de cette procédure de simplification est le grand nombre de connexions qui peuvent être générées. Toutefois, plus le nombre de noeuds supprimés est important, plus le nombre de connexions peut également être réduit par la transformation parallèle. En effet, appliqué à l'extrême, pour un modèle contenant deux puits, l'algorithme de décimation des noeuds conduit systématiquement à une unique connexion reliant deux noeuds des puits. C'est ce qui est effectué dans le cas de la renormalisation, appliqué seulement pour un problème local. Dans le cas général, il faut pouvoir décimer des connexions, tout en conservant la précision du modèle simplifié. Cette seconde étape n'est pas indispensable au changement d'échelle, mais peut apporter une amélioration des temps de simulation pour des modèles où la première étape génèrerait un réseau très dense.

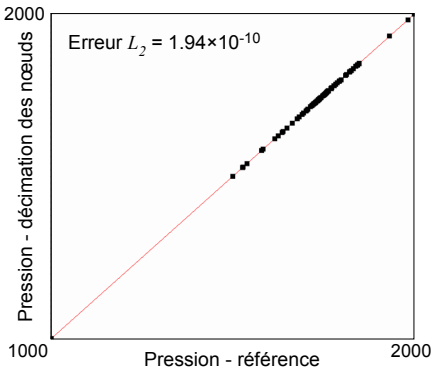


FIG. 4.6 – Diagramme de dispersion de la pression obtenue sur le modèle après décimation des noeuds en fonction de celle du modèle fin de référence (écoulement monophasique en régime permanent)

4.1.3 Décimation des connexions

Principe et algorithme

Cette étape a pour but de transformer un système dense, à l'issue de la décimation des noeuds, en un système plus creux, qui permettra une résolution du problème de simulation d'écoulement plus rapidement. La réduction du nombre de connexions est vue comme un problème d'optimisation, de manière similaire aux procédures de changement d'échelle globales classiques (par exemple (Holden et Nielsen, 2000)). Deux réseaux sont considérés ici : (1) un réseau dense (noté d) obtenu après la réduction des noeuds et utilisé comme modèle de référence, et (2) un réseau élagué (noté E) résultant de la décimation des connexions du réseau dense. L'utilisateur spécifie le nombre final de connexions désiré dans le réseau. Les connexions à supprimer sont sélectionnées suivant différents critères :

1. Les plus faibles transmissibilités sont préférentiellement éliminées.
2. Si l'un des noeuds ne possède que deux connexions, alors la connexion ne sera pas supprimée pour ne pas créer de noeud isolé ("voie sans issue") dans le réseau (Figure 4.7a). De telles connexions correspondent à des connexions en série.
3. Si tout le flux arrivant en un noeud converge vers cette seule connexion (respectivement tout le flux partant d'un noeud diverge depuis cette seule connexion), alors la connexion ne sera pas supprimée (Figure 4.7b). Ces connexions sont facilement détectées par un sens du courant qui est contraire à celui de toutes les autres connexions issues du même noeud. Supprimer ce type de connexions entraînerait invariablement un changement du sens de circulation du fluide, qui peut s'avérer important et doit être limité autant que possible. Toutefois, il est peu probable que de tels cas se présentent puisque ces connexions portent vraisemblablement des transmissibilités non négligeables, et ne devraient donc pas être des candidats à la suppression.

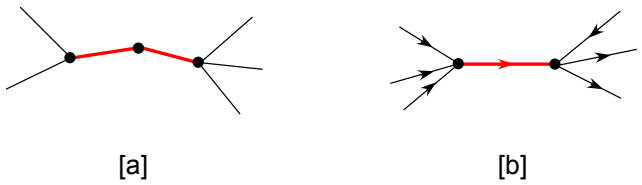


FIG. 4.7 – Cas de connexions qui ne peuvent être supprimées (en rouge) : [a] connexions en série, [b] connexion vers laquelle tout le flux converge

Une fois ces connexions supprimées, les transmissibilités des connexions restantes sont réévaluées de telle façon que la réponse en pression soit la même pour le réseau dense et le réseau élagué. Les inconnues du système d'optimisation sont donc les transmissibilités du réseau élagué $T^E_{i,j}$. Les variables connues sont les pressions p_i aux noeuds i du réseau, obtenues par résolution de l'équation de pression sur le réseau dense (nous rappelons que les réseaux dense et élagué ont les mêmes noeuds).

Afin de reproduire le comportement de l'écoulement du réseau dense, les valeurs des transmissibilités doivent être évaluées sous condition de conservation de la masse (Équation 4.2). Ainsi il est spécifié que la somme des débits aux noeuds doit être égale entre les deux systèmes, c'est-à-dire nulle dans tout le domaine sauf aux puits et aux frontières du réservoir où il peut y avoir un flux entrant ou sortant.

$$\sum_j q^E_{i,j} \approx \sum_j q^d_{i,j} \text{ équivaut à } \sum_j T^E_{i,j}(p_j - p_i) \approx \sum_j T^d_{i,j}(p_j - p_i) \tag{4.2}$$

C'est l'équation de base qui est utilisée pour la résolution du système lors des simulations d'écoulement, elle doit donc être respectée autant que faire se peut. Un poids important lui sera donc associé lors de la résolution du système d'optimisation.

Pour assurer la conservation des débits à l'issue de l'optimisation, il faut ajouter (1) une condition pour limiter les variations du taux de flux arrivant (ou repartant) en chaque noeud, entre le modèle fin et le modèle élagué (Équation 4.3), et (2) une condition pour limiter les variations entre les deux modèles pour les débits portés par chaque connexion (Équation 4.4).

$$\sum_j q^{E+}_{i,j} \approx \sum_j q^{d+}_{i,j} \text{ équivaut à } \sum_j T^E_{i,j}\Delta^+_{ij}p \approx \sum_j T^d_{i,j}\Delta^+_{ij}p \tag{4.3}$$

où $\Delta^+_{ij}p = p_j - p_i$ avec $p_j > p_i$.

$$q^E \approx q^d \text{ équivaut à } T^E \approx T^d \tag{4.4}$$

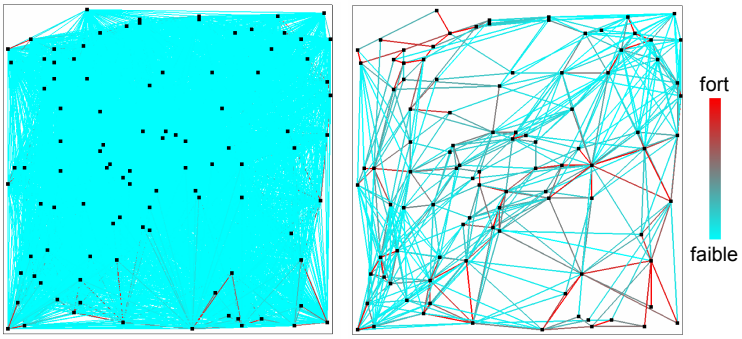
Nous disposons ainsi de $2n_n + n_c$ équations pour n_c inconnues, avec n_n le nombre de noeuds, et n_c le nombre de connexions. Le système est donc surdéterminé et résolu au sens des moindres carrés pour déterminer un minimum local. Il est à noter que les trois équations utilisées sont linéairement indépendantes.

Cependant, des transmissibilités négatives, témoins d'un changement de sens de l'écoulement, peuvent apparaître lors de la résolution de ce système. Il est par conséquent nécessaire d'ajouter une dernière contrainte, inviolable, de non-négativité des variables. Bien que ce type de problème soit récurrent, peu de solveurs libres existent actuellement. Nous avons choisi le solveur *tsnnls*, dédié à la résolution de systèmes larges à variables non négatives. Une description de ce solveur peut être trouvée dans (Cantarella et Piatek, 2004).

Toutes les connexions ne sont pas supprimées en une seule étape, mais par groupe de connexions. En effet, en réévaluant les valeurs de transmissibilités au sein du réseau, des connexions initialement minimales peuvent devenir plus importantes. Il est donc nécessaire de ne pas supprimer trop de connexions en une seule étape. De plus, cela permet de créer des systèmes souvent plus rapides à résoudre, car soumis à des perturbations moins importantes. La pression de référence utilisée après la suppression d'un premier groupe de connexions reste toujours la pression calculée sur le modèle dense, et non pas celle calculée après une première décimation des connexions.

Validation

Le même modèle que précédemment (Figure 4.4) est utilisé pour valider cette seconde étape du changement d'échelle. À l'issue de l'algorithme de décimation des noeuds, le réseau initial constitué de 19 800 connexions avait déjà été réduit à 4950 connexions. Nous appliquons ici l'algorithme de décimation des connexions jusqu'à obtenir 500 connexions dans le *PipeNetwork* final (Figure 4.8). L'équation de pression est alors résolue sur ce *PipeNetwork*, et les pressions obtenues sur ce modèle sont comparées aux pressions du modèle après décimation des noeuds. La précision de l'algorithme est illustrée sur le diagramme de dispersion (Figure 4.9), où les points sont parfaitement alignés sur la bissectrice, qui représente deux modèles identiques. L'erreur entre le réseau dense et le réseau élagué, calculée en norme L_2, est de 0.031%.



[a] *PipeNetwork* après décimation des nœuds (4950 connexions)

[b] *PipeNetwork* après décimation des connexions (500 connexions)

FIG. 4.8 – *PipeNetworks* après décimation des noeuds et après décimation des connexions pour le modèle à perméabilité isotrope

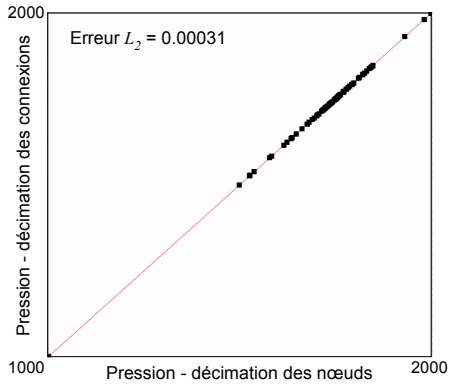


FIG. 4.9 – Diagramme de dispersion de la pression obtenue sur le modèle après décimation des connexions en fonction de celle du modèle après décimation des noeuds (écoulement monophasique en régime permanent)

4.1.4 Bilan et perspectives

La méthode de changement d'échelle présentée dans cette partie consiste à simplifier un large système en déterminant un système équivalent, en termes de pression et de débit, pour un ensemble de points d'observation.

Le choix de ces points d'observation est la première étape de notre méthode, et peut s'avérer délicat. Le mode de sélection des noeuds proposé dans nos travaux a pour but d'adapter la géométrie du maillage lors de la procédure d'*upgridding* aux problèmes à résoudre par la simulation d'écoulement. Comme souligné dans (King, 2007), il peut en effet être intéressant d'utiliser différentes stratégies de sélection suivant le problème étudié. Ainsi, plusieurs modèles simplifiés peuvent être construits afin de mieux répondre à une problématique donnée. Le choix de la sélection dépendra donc fortement de cette problématique. Suivant que l'on souhaite estimer le positionnement des puits pour un meilleur drainage du réservoir, ou que l'on cherche à évaluer les paramètres optimaux de contrôle des puits, il ne sera pas recommandé d'utiliser le même modèle. Dans le premier cas, il faut un modèle indépendant de la position des puits alors que dans le second cas, il faut un modèle très précis au niveau des puits et indépendant des conditions aux limites.

Le but de cette sélection est de fournir après changement d'échelle le modèle simplifié équivalent le plus précis et représentatif d'un problème particulier. Grâce à la grande flexibilité de la structure du *PipeNetwork*, la procédure d'*upgridding*, réalisée directement lors de la simplification du réseau, est très simple. Aucun traitement de la qualité du maillage n'est nécessaire pour pouvoir ensuite transmettre le *PipeNetwork* au simulateur d'écoulement. Il est notamment possible d'intégrer directement des structures fortement conductrices, comme les fractures majeures, avec le degré de précision désiré. Dans le cas de grilles classiques, il est nécessaire de représenter ces fractures de manière détournée (par exemple par des modèles de failles conductrices (Henn et al., 2004) ou de puits (Voelker, 2004)).

Le choix des noeuds à conserver est cependant relativement rudimentaire dans l'implantation proposée actuellement. Une première amélioration serait de considérer plusieurs critères simultanément pour cette sélection. Par ailleurs, il est essentiel de mettre en place des techniques de contrôle pour estimer rapidement si la sélection effectuée est adéquate.

Le changement d'échelle est ensuite effectué par les deux étapes de décimation des noeuds puis, éventuellement, celle des connexions. La première est l'étape principale, alors que la seconde sert davantage à réduire le temps de la simulation d'écoulement en transformant le système déjà simplifié en un système plus creux. L'algorithme de décimation des noeuds offre une procédure robuste et systématique pour la génération d'un modèle équivalent, et n'impose aucune condition aux limites lors du calcul des transmissibilités. Le résultat est exact pour un système monophasique incompressible en régime permanent. Cet algorithme est extrêmement simple à mettre en place, mais son implantation efficace en termes de temps et de coût mémoire est plus complexe. Deux représentations de graphe ont été proposées pour trouver le meilleur rapport coût temps - coût mémoire pour de larges domaines. Les performances ne sont pourtant pas encore satisfaisantes, et d'autres voies devraient être explorées. Par exemple, simplifier le réseau par régions, ou établir des correspondances entre des schémas récurrents dans le modèle fin et leurs schémas équivalents dans le modèle simplifié. Il est néanmoins intéressant de noter que si l'on s'affranchit des problèmes d'édition de graphe, effectuer les transformations successives pour la simplification du réseau est très rapide. Une fois le changement d'échelle effectué pour un modèle et une fois la succession des transformations mémorisée, il est possible de recalculer très rapidement le modèle simplifié. Ceci est intéressant dans le cadre d'études par calage d'historique de production, où il est nécessaire d'effectuer plusieurs changements d'échelle sur des modèles avec des propriétés différentes. Dans la section suivante, nous proposons également une utilisation détournée de cette reconstitution de la simplification, pour déterminer la pression sur le modèle fin à partir de celle calculée sur le modèle simplifié.

4.2 Proposition pour une extension à une approche multi-échelle

La méthode de changement d'échelle décrite précédemment peut être étendue à un changement d'échelle sur grille duale. Une revue de travaux similaires existant actuellement dans la littérature a été donnée Chapitre 3, Section 3.5.1. L'algorithme de décimation des noeuds de notre méthode de changement d'échelle consiste fondamentalement en une succession de transformations analytiques. Si toutes les étapes de transformation sont connues, alors il est simple et direct d'inverser la chaîne de transformations pour évaluer les pressions à tous les noeuds du modèle initial, à partir des pressions calculées sur le modèle simplifié. Une fois la pression connue sur le maillage fin, la saturation peut être calculée explicitement. Le problème de transport est ainsi résolu plus précisément.

4.2.1 Reconstitution des pressions sur le modèle fin

Principe et algorithme

Considérons que l'équation de pression a été résolue sur le maillage après décimation des noeuds, et que la pression est connue en chacun des noeuds du *PipeNetwork* simplifié. À l'avant-dernière étape de la décimation des noeuds, le réseau est identique au réseau final, excepté pour un noeud supplémentaire, le dernier à avoir été supprimé. Le problème est alors de déterminer la pression p_0 en ce noeud en fonction des pressions p_i de ses voisins, qui sont toutes connues puisqu'ils appartiennent au réseau final. Pour un écoulement monophasique, l'équation de conservation de la masse donne :

$$\sum_i q_{0i} = \sum_i T_{0i}(p_0 - p_i) = 0 \tag{4.5}$$

avec q_{0i} le débit entre le noeud supplémentaire 0 et chaque noeud voisin i, et T_{0i} la transmissibilité de la connexion reliant le noeud 0 au voisin i.

Par conséquent la pression inconnue p_0 peut être déterminée comme :

$$p_0 = \frac{\sum_i T_{0i} p_i}{\sum_i T_{0i}} \tag{4.6}$$

En appliquant cette équation pour chaque étape à rebours de la succession des transformations réalisées lors de la décimation des noeuds, la pression peut être reconstituée dans tout le réseau fin initial. Ces manipulations requièrent donc d'enregistrer au préalable lors de la décimation des noeuds, pour chaque transformation effectuée, la configuration topologique du noeud supprimé, et les transmissibilités associées à chacune des connexions mises en jeu. Par ailleurs, comme cette procédure n'implique aucune édition topologique du graphe, mais consiste seulement à calculer les pressions analytiquement, cette reconstitution des pressions s'effectue très rapidement.

Validation

Le même changement d'échelle que précédemment est à nouveau réalisé sur le modèle de la Figure 4.4, puis l'algorithme de reconstitution de pression est appliqué, pour un problème monophasique incompressible en régime permanent. Sur ce modèle, la reconstitution de la pression a requis moins d'une seconde. L'équation de pression est également résolue directement sur le modèle fin pour constituer la référence. La Figure 4.10 montre les deux cartes de pression calculée sur le modèle fin (gauche) et la pression obtenue après reconstitution de la solution du modèle simplifié (droite). La distribution de pression apparaît semblable entre les deux modèles. Le diagramme de dispersion est également tracé (Figure 4.11) et montre une parfaite corrélation entre la pression de référence, obtenue sur le modèle fin initial, et la pression reconstituée à partir de celle obtenue sur la modèle simplifié. L'erreur en norme L_2 est de $3.52 \times 10^{-7}\%$.

Maintenant que la pression est connue sur tout le maillage fin, l'équation de saturation peut être à son tour résolue. Il est possible d'intégrer notre algorithme de reconstitution de

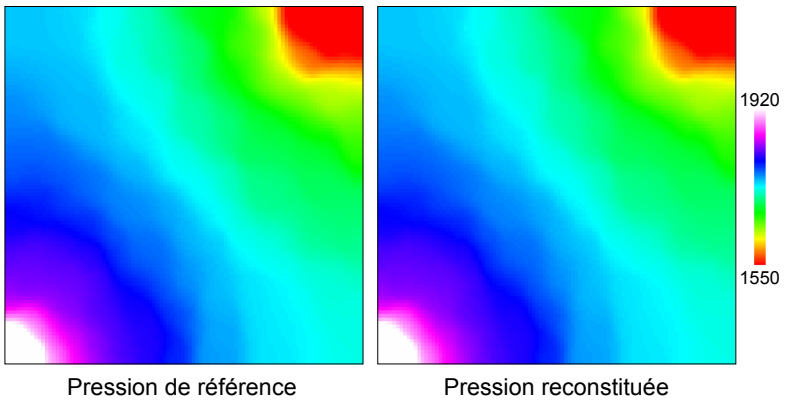


FIG. 4.10 – Cartes de pression pour le modèle fin de référence (gauche) et après reconstitution de la pression (droite)

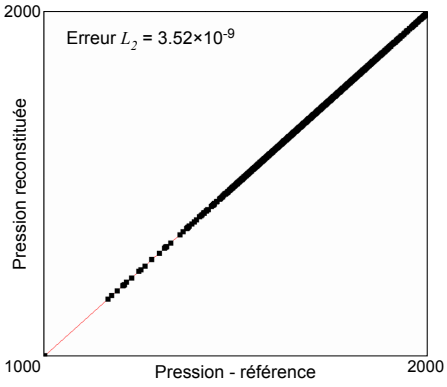


FIG. 4.11 – Diagramme de dispersion de la pression obtenue après reconstitution de la pression en fonction de celle du modèle fin (écoulement monophasique en régime permanent)

pression dans une simulation sur lignes de courant, ou selon un schéma IMPES. Dans la suite, nous proposons comment procéder dans le cas particulier du simulateur d'écoulement GPRS de l'université de Stanford (Cao, 2002) pour résoudre un problème sur grille duale.

4.2.2 Intégration dans un schéma de résolution IMPES

Principe et algorithme

Suivant la méthode de résolution proposée dans (Audigane et Blunt, 2003), cet algorithme de reconstitution de pression peut être ensuite intégré à un schéma IMPES. L'intérêt majeur est ainsi de réduire les erreurs introduites lors de la résolution du problème de transport sur le maillage grossier. Nous proposons ici de nous baser sur le code du simulateur d'écoulement GPRS pour dériver une procédure de résolution sur grille duale. L'algorithme initial de GPRS pour la simulation d'un réservoir est rappelé en Algorithme 4.2.2. Pour résoudre le problème

sur une grille duale, il est nécessaire d'effectuer tous les calculs pour les deux réservoirs fin et grossier, et de procéder à quelques modifications :

1. *linearize* (Algorithme 4.2.2, ligne 5) : la procédure *linearize* calcule et assemble la matrice Jacobienne et le terme de droite (RHS pour *Right Hand Side*) du système. Pour des système eau-huile, la pression montre généralement une variabilité beaucoup plus faible que la saturation. Il est donc intéressant par souci de rapidité, d'utiliser des pas de temps plus larges pour la pression (réservoir grossier) que pour la saturation (réservoir fin). Il faut alors dériver respectivement la saturation par le pas de temps associé au réservoir fin, et la pression par celui associé au réservoir grossier.
2. *solve* (Algorithme 4.2.2, ligne 7) : dans l'algorithme original, la procédure *solve* résout le système linéaire. Dans le cas d'une résolution sur grille duale, le système linéaire est résolu pour le réservoir grossier seulement pour obtenir la pression. Cette pression est ensuite reconstituée sur le réservoir fin, dans notre cas selon l'algorithme décrit précédemment. Puis les variables du réservoir fin, dont la saturation résolue explicitement, sont mises à jour (procédure *newtonUpdate*). Cette résolution est effectuée autant de fois que nécessaire pour couvrir le pas de temps de la pression, liée au réservoir grossier.
3. *newtonUpdate* (Algorithme 4.2.2, ligne 8) : dans l'algorithme original, cette procédure met à jour les variables du système, autres que la pression. C'est notamment lors de cette étape que la saturation est calculée de façon explicite. Dans le cas d'une résolution sur grille duale, il faut d'abord résoudre explicitement la saturation sur le modèle fin, puis reconstituer la saturation dans le réservoir grossier à partir de cette saturation à l'échelle fine. Les autres variables des deux réservoirs sont ensuite mises à jour, comme dans l'algorithme original.

```
1:  dt : double                                              ▷ Pas de temps courant
2:  calcInitProps()                          ▷ Enregistre les variables au pas de temps précédent
3:  tant que n_newton_iter < max_newton_iter faire           ▷ Boucle d'itérations de Newton
4:      calcProps()                                          ▷ Calcule les variables
5:      linearize(dt)                                        ▷ Calcule et assemble Jacobien et RHS
6:      convf ← convergeF()                                  ▷ Vérifie la convergence du résidu
7:      solve()                                              ▷ Résout le système linéaire
8:      newtonUpdate()                                       ▷ Met à jour les variables
9:      convy ← convergeY()                  ▷ Vérifie la convergence des variations des variables
10:     si convf = vrai et convy = vrai alors                ▷ Convergence
11:         arrêter
12:     fin si
13:     n_newton_iter+ = 1
14: fin tant que
```

4.2.3 Bilan et perspectives

L'algorithme proposé ici diffère des méthodes multi-échelles sur grille duale traditionnelles. Dans notre cas, ce sont les pressions et non les vitesses qui sont reconstituées sur le maillage fin.

Le procédé est effectué sans imposer aucune condition aux limites, de la même façon que lors du changement d'échelle. De plus, l'algorithme de reconstitution repose directement sur la loi de conservation de la masse, et ne souffre donc pas de problèmes de non conservation comme dans certaines procédures de reconstitution des vitesses. Coupler notre méthode de changement d'échelle, dédiée à la conservation des pressions, avec une procédure de résolution du problème de transport sur une grille duale paraît très prometteur. Ainsi, un bon compromis entre précision des calculs de pression et saturation et efficacité pourra être obtenu. Les modifications qu'il serait nécessaire d'intégrer au sein de l'algorithme de résolution de GPRS ont été développées ici. Cependant le lien entre notre procédure de reconstitution des pressions et le simulateur GPRS ou un simulateur sur lignes de courant doit être mis en place pour tester les capacités de cette technique.

4.3 Application à des milieux hétérogènes

4.3.1 Milieu fortement anisotrope

Jeu de données

Un modèle fortement anisotrope (Figure 4.12) est utilisé pour démontrer le gain d'un changement d'échelle global comparé à un changement d'échelle local. En effet, les hétérogénéités présentent une direction principale non alignée avec la grille, cas où les méthodes locales de changement d'échelle donneront des résultats imprécis. Il est donc généralement recommandé de réaliser un changement d'échelle par une méthode globale. Pour une telle configuration, il est également souvent nécessaire d'opter pour une méthode en *MPFA*. Toutefois, nous illustrons ici les capacités de notre procédure globale adaptative, qui permet d'obtenir des résultats fiables, sans présenter les inconvénients d'une méthode classique basée *MPFA* (problèmes de non-monotonie, robustesse).

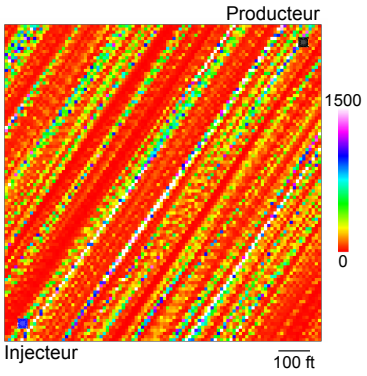


FIG. 4.12 – Modèle hétérogène 2D à forte anisotropie

Le modèle est de dimension 1000 ft × 1000 ft (305 m × 305 m) et est représenté par une grille de 10 000 (100 × 100) cellules. La porosité est homogène ($\phi = 0.2$). Le champ de perméabilité hétérogène a une distribution log-normale avec un minimum de 0.3 mD et un maximum de 17

750 mD. Il se caractérise par une corrélation d'azimut 35 et par des longueurs de corrélation de $l_x = 500$ et $l_y = 5$. Les densités de référence de l'eau et de l'huile sont respectivement $\rho_w = 62.4$ lb/ft^3 (1000 kg/m^3) et $\rho_o = 49.9$ lb/ft^3 (800 kg/m^3), et leurs viscosités dynamiques sont $\mu_w = 0.55$ cp (5.5×10^{-4} Pa.s) et $\mu_o = 1.2$ cp (1.2×10^{-3} Pa.s). L'eau est injectée à un débit constant de 100 BBL/jour (15.9 m^3/jour) depuis le coin inférieur gauche. Le producteur est contrôlé en pression à 4000 psia (27 579 kPa) et situé au coin supérieur droit. Le système est initialement saturé en huile.

Trois types de changement d'échelle sont effectués : (1) une méthode locale en transmissibilité, pression constante/pas d'écoulement, (2) notre méthode globale sur grille structurée (non adaptative), et (3) notre méthode globale adaptative. La deuxième technique utilise les algorithmes de décimation de noeuds et de connexions décrits précédemment, mais la sélection des noeuds est telle qu'un noeud du maillage final est situé au centre de chaque bloc grossier d'une grille structurée, comme pour la méthode locale. Un raffinement autour des puits est réalisé pour les deux méthodes globales, alors que la méthode locale en est dépourvue.

Le nombre de noeuds est réduit de 10 000 à 100 pour la méthode locale et à 124 et 126 pour les méthodes globales (le nombre supérieur de noeuds est dû au raffinement autour des puits). Les connexions sont réduites de 19 800 à 180 pour la méthode locale, et 600 pour les méthodes globales (Figure 4.13). L'*inflow* est utilisé comme critère de sélection dans la méthode adaptative (Figure 4.14). La distribution statistique de la propriété est décrite Figure 4.15. Les paramètres pour la sélection sont rassemblés dans le Tableau 4.1. La sélection a été faite de sorte à davantage sélectionner les valeurs moyennes, entre P20 et P80. Les plus faibles valeurs, inférieures au P20, sont moins représentées dans le modèle simplifié (10%). Les proportions des fortes valeurs, supérieures au P80 sont conservées.

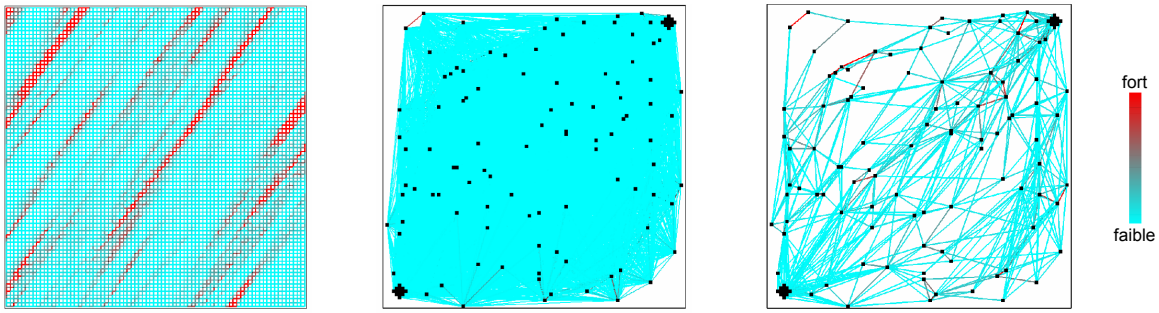


FIG. 4.13 – Les étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle 2D anisotrope

Écoulement diphasique incompressible

Un système eau-huile incompressible est simulé. Les courbes de production pour les trois types de changement d'échelle et pour le modèle fin, utilisé comme référence, sont montrées Figure 4.16. Les erreurs obtenues par les différentes méthodes sont rassemblées dans le Tableau 4.2. La technique locale introduit de fortes erreurs pour les courbes de production : 33% pour

Quantiles	% dans le modèle simplifié
0	0.1
20	0.35
50	0.35
80	0.2
100	

TAB. 4.1 – Paramètres pour la sélection des noeuds selon le critère d'*inflow* (modèle 2D anisotrope)

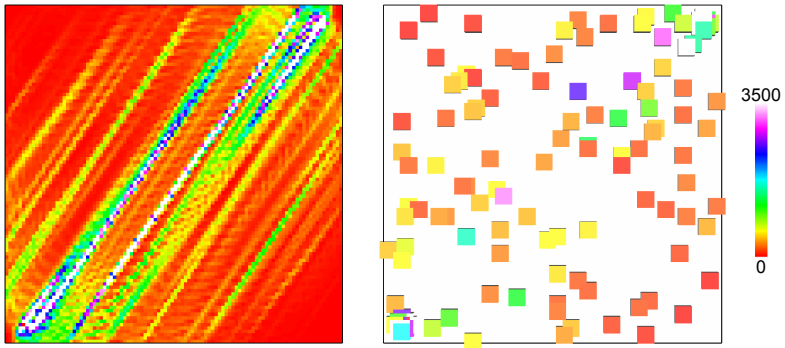


FIG. 4.14 – Sélection des noeuds par la propriété d'*inflow* pour le modèle 2D anisotrope

Centiles	Valeurs
0	0
10	39.6
20	82.31
30	125.56
40	174.85
50	229.51
60	292.58
70	401.22
80	614.04
90	1090.43
100	26328.5

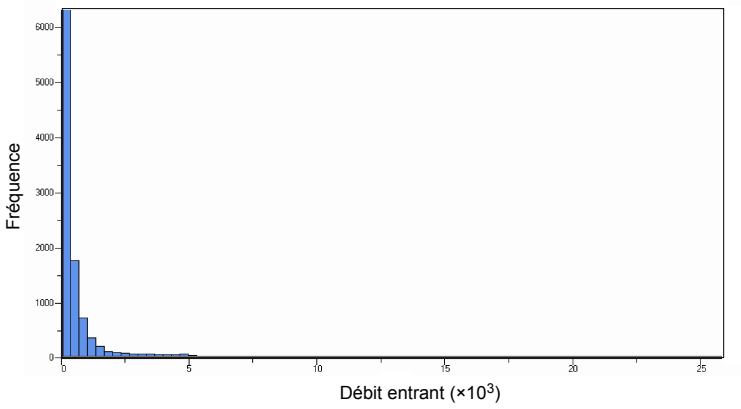


FIG. 4.15 – Paramètres statistiques de la propriété d'*inflow* pour le modèle 2D anisotrope

l'huile cumulée et 12% pour la proportion d'eau au puits producteur. La méthode globale sur grille structurée donne une première amélioration significative par rapport à la méthode locale, pour les deux courbes de production. On peut cependant noter que le temps d'apparition de l'eau au puits producteur est mieux reproduit par la méthode locale que par la méthode globale, qui tend à le sous-estimer. On mesure une erreur de 6% pour l'huile cumulée et 2% pour la

proportion d'eau. Par la procédure adaptative, les résultats du changement d'échelle global sont améliorés, et une reproduction presque parfaite des courbes de production est obtenue, excepté à nouveau pour le temps d'apparition de l'eau au puits producteur. L'erreur est alors réduite à 2% pour l'huile cumulée et 1% pour la proportion d'eau.

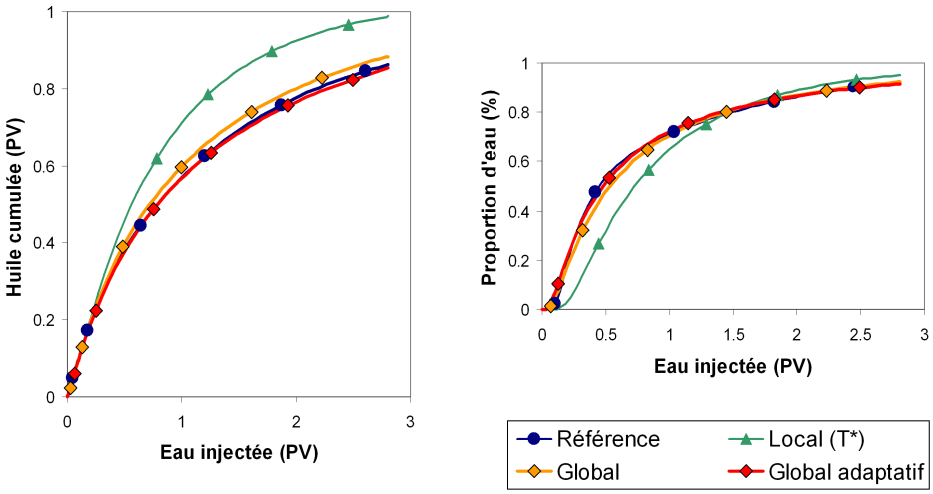
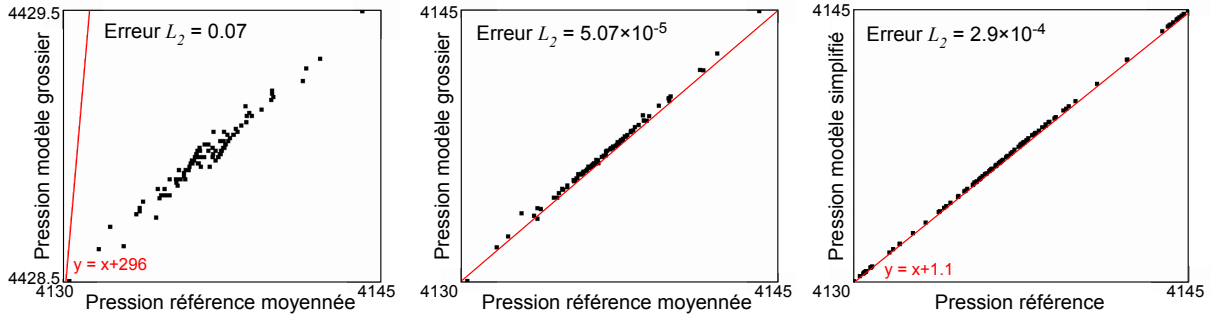


FIG. 4.16 – Comparaison des courbes de production pour le modèle fin (référence) et les trois types de changement d'échelle (local, global structuré, et global adaptatif) pour le modèle 2D anisotrope (système eau-huile incompressible)

Les distributions de pression à 2.8 volumes poreux d'eau injectée, pour les trois méthodes de changement d'échelle, sont tracées en fonction des pressions du modèle fin (Figure 4.17). Alors que la méthode locale ne permet pas de reproduire la pression (erreur de 7%), la méthode globale sur grille structurée donne une bonne approximation (on observe que les points sont globalement alignés avec la bissectrice, l'erreur est de 0.005%), et la méthode globale adaptative respecte bien les pressions dans tout le réservoir (les points sont parfaitement alignés avec la bissectrice, mais les valeurs des pressions sont légèrement surestimées de 1 psia, ceci explique la légère augmentation d'erreur à 0.029%).

L'algorithme de décimation des connexions donne un résultat très proche du modèle obtenu après décimation des noeuds (Figure 4.18a), avec une erreur de 0.5% pour l'huile cumulée et la proportion d'eau. De même, l'erreur de pression introduite par l'algorithme de décimation des connexions comparé au modèle après décimation des noeuds est très faible (Figure 4.18b), de 0.27%.



[a] Méthode locale [b] Méthode globale [c] Méthode globale adaptative

FIG. 4.17 – Diagramme de dispersion des pressions sur les modèles grossiers en fonction de celles du modèle fin pour les trois types de changement d'échelle (local, global et global adaptatif) (modèle 2D anisotrope en système eau-huile incompressible, à 2.8 volumes poreux d'eau injectée)

	Local	Global	Global adaptatif
Huile cumulée (L_1)	33%	6%	2%
Proportion d'eau (L_1)	12%	2%	1%
Pression (L_2)	7%	0.005%	0.029%

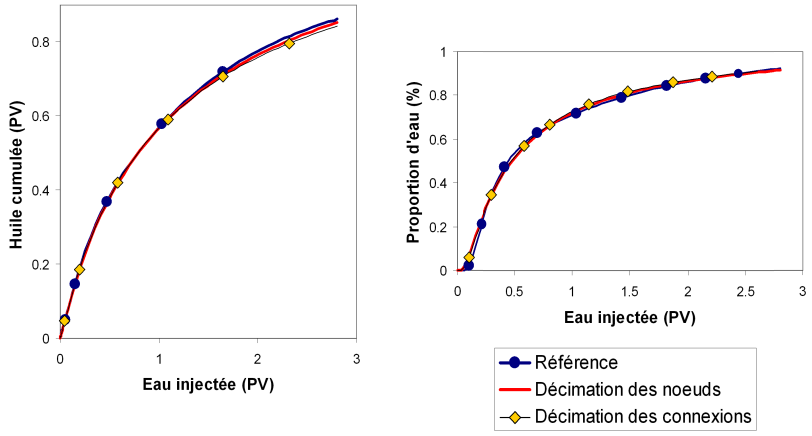
TAB. 4.2 – Erreurs des courbes de production et de la pression pour les trois types de changement d'échelle (local, global et global adaptatif) pour le modèle 2D anisotrope (système eau-huile incompressible)

La simulation d'écoulement sur le modèle fin nécessite 58.53 secondes. La simulation sur le modèle après changement d'échelle local requiert un temps total de 0.41 secondes (53.7% pour le changement d'échelle et 46.3% pour la simulation d'écoulement). La procédure globale adaptative nécessite au total 14.34 secondes (63.4% pour la décimation des noeuds, 33.7% pour la décimation des connexions, et 2.9% pour la simulation d'écoulement). Tous les temps indiqués dans ce chapitre ont été obtenus sur une station de travail avec un processeur AMD Optéron 2.8 GHz, et 8 GB de mémoire vive. Bien que la procédure globale nécessite considérablement plus de temps que la méthode locale, elle apporte une réduction de temps significative par rapport au temps nécessaire pour effectuer la simulation directement sur le modèle fin (réduction d'un facteur 4). De plus, pour de nouvelles simulations d'écoulement, le temps est réduit d'un facteur 140, le changement d'échelle n'étant plus à effectuer.

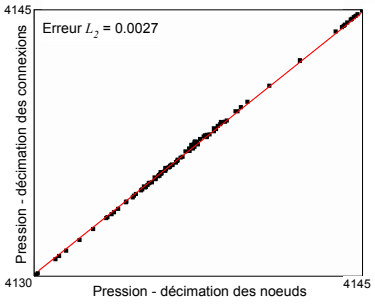
4.3.2 Modèle 3D chenalisé

Jeu de données

Nous utilisons ici une portion du modèle 2 du *10th SPE Comparative Solution Project* (Christie et Blunt, 2001), dans la partie chenalisée du Upper Ness (Figure 4.19). Le modèle utilisé est



(a) Courbes de production



(b) Diagramme de dispersion de la pression

FIG. 4.18 – Comparaison des résultats de simulation entre les deux étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle 2D anisotrope (système eau-huile incompressible)

de dimension 600 ft × 1100 ft × 50 ft (183 m × 335 m × 15 m). Une grille de 30 × 110 × 25 cellules représente le modèle fin. Porosité et perméabilité sont toutes deux très hétérogènes, variant de 0 à 0.5 pour la porosité, et de 0.000665 à 20 000 pour la perméabilité dans les direction x et y, et de 0 à 6000 pour la perméabilité dans la direction z. Pour des problèmes de convergence, lors des simulations d'écoulement, les cellules dont la porosité est inférieure à 0.001 sont rendues inactives. Les mêmes caractéristiques des fluides que précédemment sont utilisées. Les puits injecteur et producteur sont situés aux deux coins opposés du modèle, et ouverts sur toute la profondeur du modèle. L'eau est injectée à un débit de 5000 BBL/jour (795 m^3/jour) et le puits producteur est contrôlé en pression à 4000 psia (27 579 kPa).

Deux changements d'échelle sont effectués : une méthode locale en transmissibilité, pression constante/pas d'écoulement, et notre méthode globale adaptative. Le nombre de noeuds est réduit de 82 500 à 275 pour la méthode locale et à 561 pour la méthode globale (à nouveau le nombre supérieur de noeuds est dû au raffinement autour des puits). Le nombre d'inconnues est donc réduit respectivement d'un facteur 300 et d'un facteur 147. Les connexions sont réduites de 240 700 à 690 pour la méthode locale (facteur de 349) et 19 000 pour la méthode globale (fac-

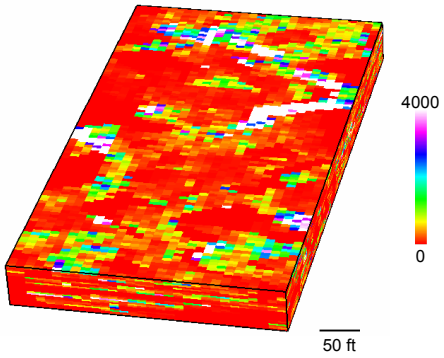


FIG. 4.19 – Portion du modèle SPE10 dans la région chenalisée du Upper Ness (vue de dessous - les distances sont doublées dans la direction z)

teur de 13) (Figure 4.20). La k-distance est utilisée comme critère de sélection dans la méthode adaptative (Figure 4.21). La distribution statistique de la propriété est décrite Figure 4.22. Les paramètres pour la sélection sont rassemblés dans le Tableau 4.3. La sélection préserve majoritairement les noeuds de plus faible k-distance (77% dans le modèle simplifié parmi les noeuds à k-distance entre P0 et P50). Les noeuds entre P50 et P70 sont légèrement sous-échantillonnés avec 13% contre 20% dans le modèle initial. Enfin les noeuds de plus forte k-distance ($> P70$) ne sont plus représentés que par 10% des noeuds.

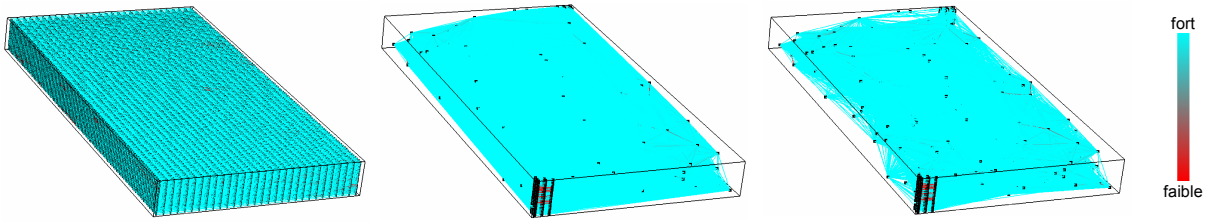
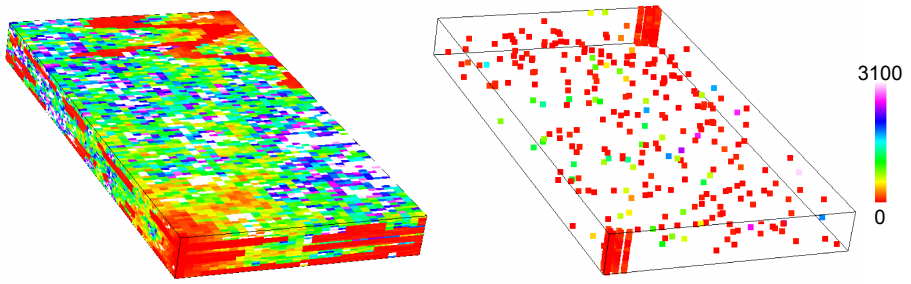


FIG. 4.20 – Les étapes du changement d'échelle global adaptatif pour la portion du modèle 3D du Upper Ness

Quantiles	% dans le modèle simplifié
0	0.77
50	0.13
70	0.1
100	

TAB. 4.3 – Paramètres pour la sélection des noeuds selon le critère de k-distance pour la portion du modèle 3D du Upper Ness



[a] Modèle fin (79 488 noeuds) [b] Modèle simplifié (561 noeuds)

FIG. 4.21 – Sélection des noeuds par la propriété de k-distance pour la portion du modèle 3D du Upper Ness

Centiles	Valeurs
0	0
10	12.44
20	20.64
30	31.14
40	48.09
50	90.2
60	510.69
70	908.27
80	1323.39
90	1946.86
100	11894.2

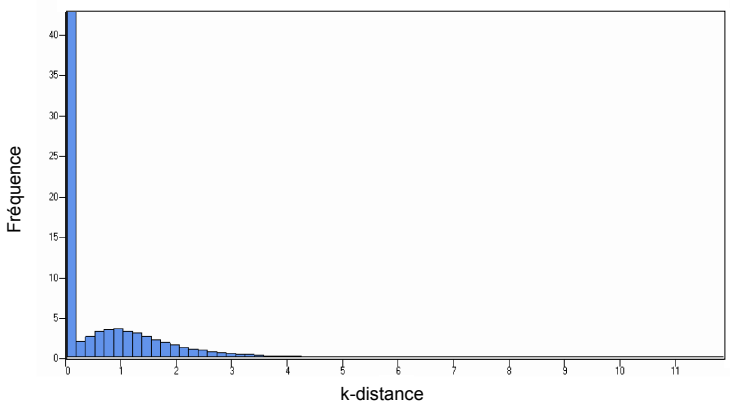


FIG. 4.22 – Paramètres statistiques de la propriété de k-distance pour la portion du modèle 3D du Upper Ness

Écoulement diphasique incompressible avec gravité

Le même système que précédemment est simulé, mais on tient compte ici également de la gravité. Les courbes de production sur 5 volumes poreux d'eau injectée sont montrées Figure 4.23, et les erreurs sont rassemblées dans le Tableau 4.4. Sur le temps considéré ici, la technique locale introduit des erreurs de 9.5% pour l'huile cumulée et 1.15% pour la proportion d'eau au puits producteur, qui sont réduites respectivement à 1.23% et 0.23% par la méthode globale adaptative.

Les distributions de pression à 5 volumes poreux d'eau injectée, pour les deux modèles obtenus après changement d'échelle, sont illustrées Figure 4.24. On constate ici que la méthode locale obtient une distribution de la pression éloignée de la référence avec une erreur de 6.8%. La méthode globale adaptative respecte toujours bien le comportement du modèle fin, et une faible erreur de 0.14% est introduite pour la pression, bien que la gravité ne soit pas prise en compte lors du changement d'échelle. Ces erreurs sont récapitulées dans le Tableau 4.4.

Pour ce modèle, l'algorithme de décimation des connexions n'a pu conduire à des résultats

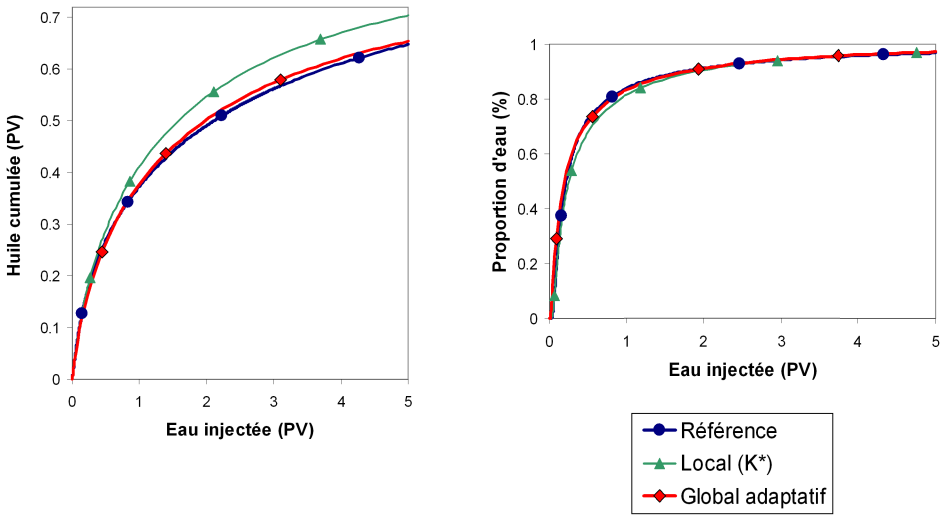


FIG. 4.23 – Comparaison des courbes de production pour le modèle fin (référence) et les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour la portion du modèle 3D du Upper Ness (système eau-huile incompressible)

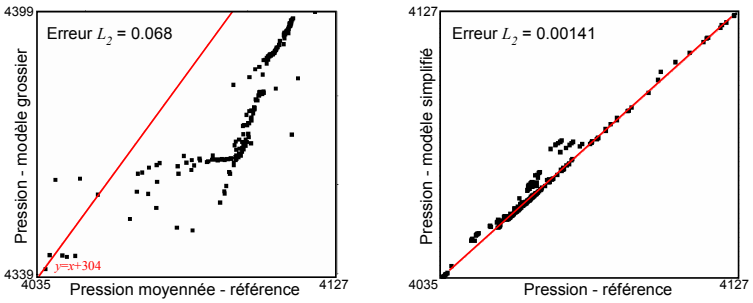
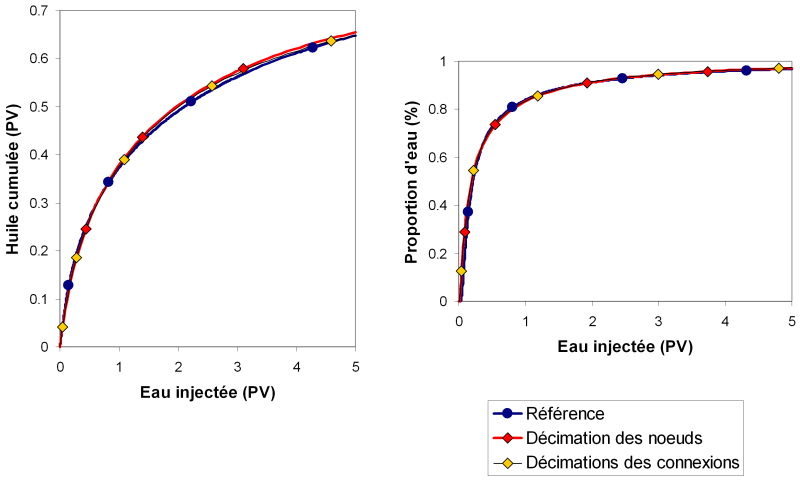


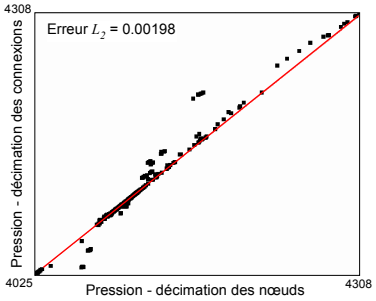
FIG. 4.24 – Diagramme de dispersion des pressions sur les modèles grossiers en fonction de celles du modèle fin pour les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour la portion du modèle 3D du Upper Ness (système eau-huile incompressible, à 5 volumes poreux d'eau injectée)

satisfaisants, en raison de problèmes de robustesse du solveur *tsnnls* que nous utilisons. En effet, ce solveur est dédié au traitement de systèmes creux, or la décimation des noeuds conduit ici à système très dense, avec 85 296 connexions pour 561 noeuds. Nous avons donc réduit le nombre de connexions à environ 19 000, en supprimant les transmissibilités inférieures à 0.005 mD.ft, considérées comme négligeables. En comparant, les modèles après décimation des noeuds et après décimation des connexions, il s'avère que la précision du changement d'échelle est conservée (Figure 4.25). Une erreur de 0.81% est introduite pour l'huile cumulée, de 0.23% pour la proportion d'eau récupérée, et de 0.2% pour la pression.

La simulation d'écoulement a été effectuée sur 2000 jours pour les différents modèles. Le modèle fin nécessite 30 589 secondes, soit environ 8 heures 30 minutes. Le temps total nécessaire



(a) Courbes de production



(b) Diagramme de dispersion de la pression (à 5 volumes poreux d'eau injectée)

FIG. 4.25 – Comparaison des résultats de simulation entre les deux étapes du changement d'échelle global adaptatif pour la portion du modèle 3D du Upper Ness (système eau-huile incompressible)

	Local	Global adaptatif
Huile cumulée (L_1)	9.5%	1.23%
Proportion d'eau (L_1)	1.15%	0.23%
Pression (L_2)	6.8%	0.14%

TAB. 4.4 – Erreurs des courbes de production et de la pression pour les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour la portion du modèle 3D du Upper Ness (système eau-huile incompressible)

pour la méthode locale est de 3.44 secondes (61.7% pour le changement d'échelle et 38.3% pour la simulation d'écoulement). La méthode globale requiert un temps total de 3409 secondes, soit environ 57 minutes (98.5% pour le changement d'échelle et 1.5% s pour la simulation d'écoule-

ment).

4.3.3 Bilan

Deux types de réservoirs hétérogènes ont été étudiés : un modèle 2D à forte anisotropie, et un modèle 3D chenalisé. Ces modèles sont typiquement des réservoirs qui ne pourront être correctement traités par les méthodes locales classiques de changement d'échelle. Les fortes anisotropies de la perméabilité avec la grille, les fortes hétérogénéités et les corrélations de perméabilité à grande échelle en font en effet de mauvais candidats pour les méthodes conventionnelles, car les conditions aux limites locales introduisent alors d'importantes erreurs. Au contraire, nous avons montré dans cette partie que notre méthode globale, non adaptative appliquée sur grille structurée, apporte une amélioration significative des résultats. Elle permet notamment de mieux traiter les anisotropies et les hétérogénéités à grande échelle. La procédure adaptative permet encore d'améliorer les résultats en sélectionnant judicieusement les noeuds du modèle fin. Il est alors possible de reproduire précisément le comportement physique du modèle en cet ensemble de points d'observation. Ces résultats démontrent l'intérêt de notre méthode globale adaptative, qui réduit les erreurs dues à la l'homogénéisation, et permet de s'affranchir des calculs complexes et peu robustes des méthodes en *MPFA*.

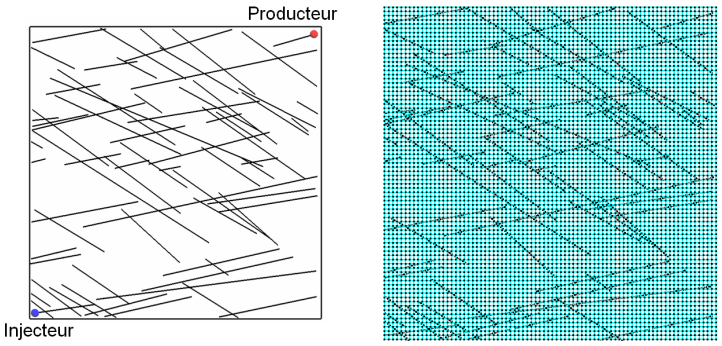
Bien qu'elle ne soit pas aussi efficace qu'une méthode locale dans son implantation actuelle, la méthode de changement d'échelle permet néanmoins de réduire significativement les temps de simulation d'écoulement, de plusieurs ordres de magnitude. En outre, une fois le changement d'échelle effectué, il est possible de reproduire les mêmes transformations très rapidement.

4.4 Application à un milieu fracturé

4.4.1 Jeu de données

Pour démontrer la capacité de notre méthode de changement d'échelle à construire des modèles double porosité/double perméabilité, nous utilisons une portion du modèle fracturé 2D présenté par Lee et al. (2001) (Figure 4.26a). Les dimensions du domaine sont 1200 ft $\times$ 1200 ft (365.76 m $\times$ 365.76 m). Le modèle contient 70 fractures, toutes considérées identiques, dont l'ouverture est $e = 0.344$ mm, la perméabilité $k_f = 10^7$ mD et la porosité $\phi_f = 1$. La roche matricielle a une perméabilité $k_m = 100$ mD et une porosité $\phi_m = 0.25$. Les mêmes caractéristiques des fluides eau et huile que précédemment sont utilisées. Les puits sont situés au coin inférieur gauche (injecteur) et coin supérieur droit (producteur) du modèle, et intersectent tous deux une fracture. Pour tous les cas illustrés ci-dessous, l'injecteur est contrôlé en débit à 100 BBL/jour (15.9 m^3/jour) et le producteur est contrôlé à 4000 psia (27 579 kPa). Le modèle fin est discrétisé avec un *PipeNetwork* composé de 7615 noeuds et 15 283 connexions (Figure 4.26b), dont 5625 noeuds de matrice et 1990 noeuds de fracture.

Deux types de changement d'échelle sont effectués : une méthode locale en transmissibilité, avec pression constante/pas d'écoulement, qui conduit à un modèle simple porosité, et notre méthode globale adaptative créant un modèle double porosité/double perméabilité. Deux scénarios d'écoulement sont étudiés : (1) un système eau-huile incompressible avec double perméabilité



(a) Modèle fracturé 2D (adapté de (Lee et al., 2001))

(b) *PipeNetwork* avec la propriété de transmissibilité

FIG. 4.26 – Modèle fracturé 2D

relative, l'une pour la matrice et l'autre pour les fractures, et (2) un système eau-huile incompressible avec double pression capillaire, l'une pour la matrice et l'autre pour les fractures. Dans tous les cas le nombre d'inconnues du système est réduit environ par un facteur 34 par le changement d'échelle.

4.4.2 Écoulement diphasique avec double perméabilité relative

Les données de perméabilité relative pour la matrice (courbes bleues) et les fractures (courbes rouges) sont représentées Figure 4.27 ; la perméabilité relative dans les fractures est une fonction linéaire de la saturation en eau. Le modèle grossier obtenu par changement d'échelle local est composé de 225 noeuds et 420 connexions ; la seule perméabilité relative utilisée dans tout ce modèle à simple porosité est celle de la matrice. Le modèle simplifié obtenu par notre changement d'échelle global adaptatif est composé de 224 noeuds et 2000 connexions (Figure 4.28). Le critère utilisé pour sélectionner les noeuds du modèle fin à conserver est la k-distance (Figures 4.29 et 4.30) ; les paramètres du changement d'échelle sont donnés Tableau 4.5. Les noeuds dont la k-distance est inférieure au P25 appartiennent pour la majorité au milieu de fracture, puisque ces noeuds présentent une très faible k-distance (très grande perméabilité), et le modèle contient 26% de noeuds de fracture. Parmi ces noeuds, nous avons conservé peu de ceux présentant une très faible k-distance (<P10), correspondant à tous les noeuds très proches des puits. En effet, les noeuds adjacents aux puits sont déjà conservés par défaut dans notre changement d'échelle. Les noeuds dont la k-distance est comprise entre le P10 et le P25 sont quant à eux sur-échantillonnés dans le modèle simplifié (25%). La proportion des noeuds entre le P25 et le P75, correspondant à des noeuds de matrice relativement proches des puits, reste la même. Enfin, les noeuds les plus éloignés (>P75) sont légèrement sous-échantillonnés. Le modèle final contient 68 noeuds de fracture pour 156 noeuds de matrice. Les fractures sont donc légèrement plus représentées dans le modèle simplifié, avec 30% de noeuds de fracture.

Les courbes de production pour le modèle fin et les deux types de changement d'échelle sont illustrées Figure 4.31. Alors que la méthode locale structurée fournit des résultats très éloignés du modèle de référence (9.18% d'erreur pour l'huile cumulée et 17.77% d'erreur pour la propor-

	Matrice		Fracture	
Sw	**Krw**	**Kro**	**Krw**	**Kro**
0	0	1	0	1
0.1	0	0.96	0.1	0.9
0.2	0	0.875	0.2	0.8
0.25	0	0.8	0.25	0.75
0.3	0.01	0.7	0.3	0.7
0.4	0.04	0.43	0.4	0.6
0.5	0.075	0.23	0.5	0.5
0.6	0.125	0.1	0.6	0.4
0.7	0.2	0.025	0.7	0.3
0.8	0.3	0	0.8	0.2
0.9	0.575	0	0.9	0.1
1	1	0	1	0

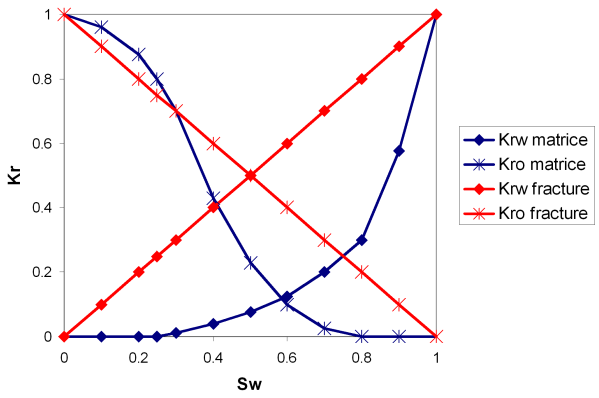
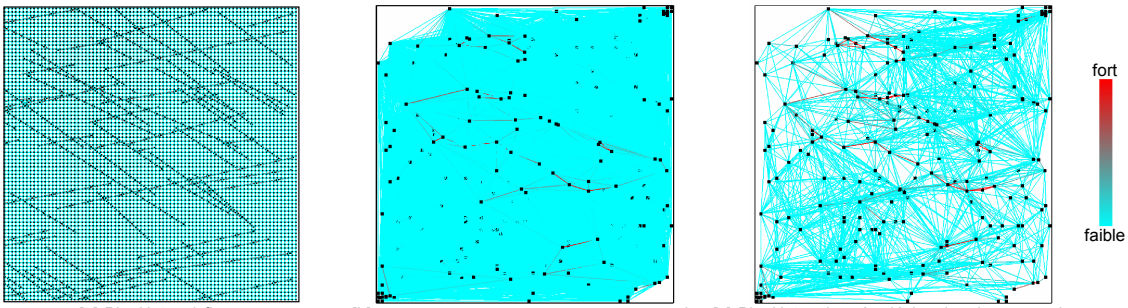
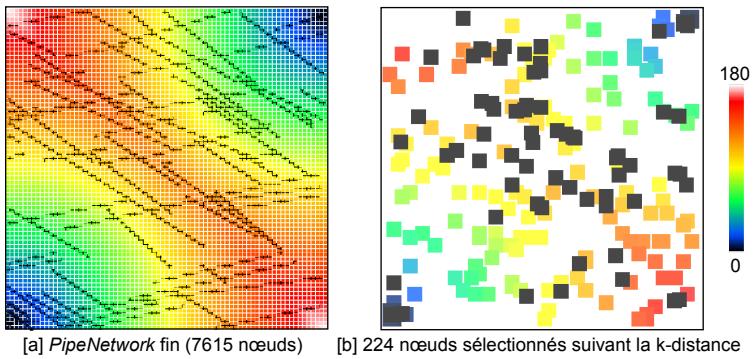


FIG. 4.27 – Courbes de perméabilité relative pour la matrice et les fractures



[a] *PipeNetwork* fin (7615 nœuds - 15283 connexions)
[b] *PipeNetwork* après décimation des nœuds (224 nœuds - 22 225 connexions)
[c] *PipeNetwork* après décimation des connexions (224 nœuds - 2000 connexions)

FIG. 4.28 – Les étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle fracturé 2D avec double perméabilité relative



[a] *PipeNetwork* fin (7615 nœuds)
[b] 224 nœuds sélectionnés suivant la k-distance

FIG. 4.29 – Sélection des noeuds par la propriété de k-distance pour le modèle fracturé 2D avec double perméabilité relative

tion d'eau), notre technique globale adaptative donne des résultats en très bon accord avec le modèle fin. Les deux courbes d'huile cumulée et du pourcentage d'eau récupérée sont globale-

Centiles	Valeurs
0	0
10	0.18
20	0.25
30	19
40	38.8
50	51.82
60	62.35
70	71.4
80	79.5
90	88.98
100	117.91

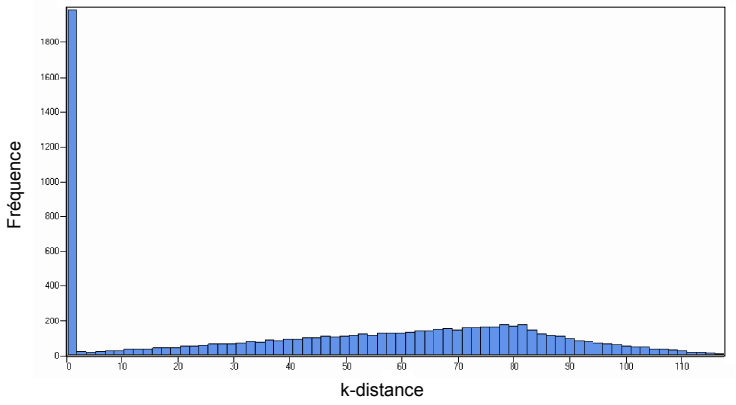


FIG. 4.30 – Paramètres statistiques de la propriété de k-distance pour le modèle fracturé 2D avec double perméabilité relative

Quantiles	% dans le modèle simplifié
0	0.03
10	0.25
25	0.5
75	0.22
100	

TAB. 4.5 – Paramètres pour la sélection des noeuds selon le critère de k-distance pour le modèle fracturé 2D avec double perméabilité relative

ment superposées, bien que l'on observe une avance de l'apparition de l'eau au puits producteur d'environ 0.2 volume poreux d'eau injectée pour le modèle simplifié ($< 0.001\%$ d'erreur pour l'huile cumulée et 2% d'erreur pour la proportion d'eau). Les différentes erreurs sont rappelées au Tableau 4.6.

Les distributions de pressions à 1 volume poreux d'eau injectée, pour les deux types de changement d'échelle, sont tracées en fonction des pressions obtenues sur le modèle fin (Figure 4.32). L'erreur de la pression moyennée pour le changement d'échelle local, mesurée en norme L_2, est de 0.085% ; l'erreur des pressions pour le changement d'échelle global adaptatif est de 0.023% dans les fractures et 0.015% dans la matrice. Ces erreurs apparaissent très faibles en raison du peu de variations de la pression, entre 4000 et 4008 psia. Mais on observe que la distribution de la pression obtenue sur le modèle par changement d'échelle local est très différente de celle de référence. Les points sont globalement alignés entre eux, mais présentent une orientation éloignée de celle de la bissectrice (la pression varie de 4000 à 4003 psia). La technique globale adaptative produit de meilleurs résultats, bien que les pressions ne soient pas parfaitement alignées avec la bissectrice pour les valeurs moyennes, les points en sont relativement proches et les pressions varient bien entre 4000 et 4008 psia. Ces résultats sont satisfaisants, considérant que la perméa-

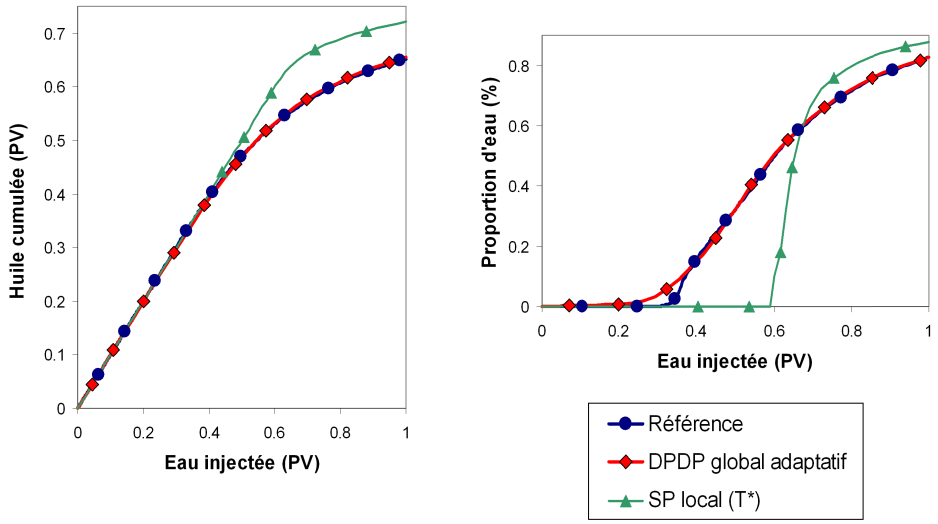


FIG. 4.31 – Comparaison des courbes de production pour le modèle fin (référence) et les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double perméabilité relative)

bilité relative n'est pas évaluée à l'échelle grossière.

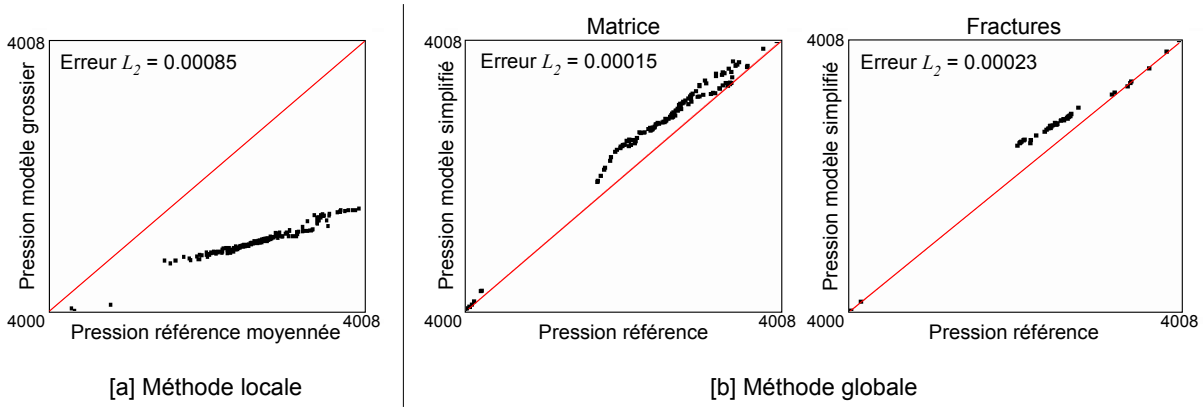
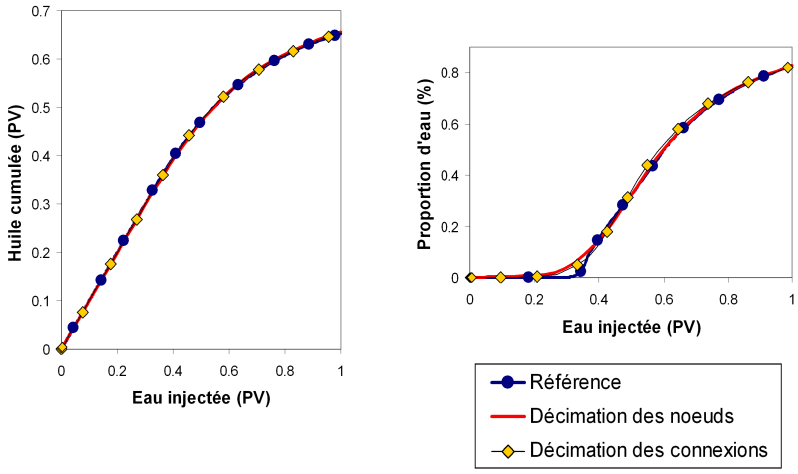


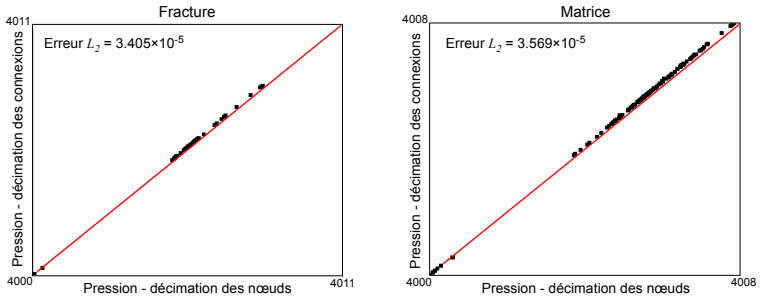
FIG. 4.32 – Diagramme de dispersion des pressions sur les modèles grossiers en fonction de celles du modèle fin pour les deux types de changement d'échelle (local et global adaptatif) pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double perméabilité relative, à 1 volume poreux d'eau injectée)

La Figure 4.33a montre la faible différence observée sur les courbes de production entre l'étape de décimation des noeuds et celle de décimation des connexions. L'erreur entre ces deux étapes est de 0.24% pour l'huile cumulée et de 0.56% pour la proportion d'eau. La distribution

de la pression est également très bien respectée après la décimation des connexions, qui introduit une très faible erreur de 0.0034% dans les fractures et 0.0036% dans la matrice comparée au modèle après décimation des noeuds (Figure 4.33b).



(a) Courbes de production



(b) Diagramme de dispersion de la pression (à 1 volume poreux d'eau injectée)

FIG. 4.33 – Comparaison des résultats de simulation entre les deux étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double perméabilité relative)

	Local	Global adaptatif
Huile cumulée (L_1)	9.18%	$< 0.001\%$
Proportion d'eau (L_1)	17.77%	2%
Pression (L_2)	0.085%	0.019%

TAB. 4.6 – Erreurs des courbes de production et de la pression pour les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double perméabilité relative)

La simulation sur le modèle fin nécessite 1379 secondes, soit environ 23 minutes, tandis que le modèle grossier par changement d'échelle local nécessite un total de 0.78 secondes (17.9% pour le changement d'échelle et 82.1% pour la simulation d'écoulement), et le modèle simplifié par la méthode globale adaptative prend un total de 68.51 secondes (34.7% pour la décimation des noeuds, 62.6% pour la décimation des connexions, et 2.7% pour la simulation d'écoulement). Le changement d'échelle global, bien que demandant un temps toujours plus important qu'une méthode locale, permet de réduire de façon importante le temps de simulation (d'un facteur 20 si l'on considère le temps total, et d'un facteur 760 pour le temps de simulation seul).

4.4.3 Écoulement diphasique avec double pression capillaire

Le Tableau 4.7 donne la pression capillaire pour la matrice ; elle est considérée nulle dans les fractures. Le modèle grossier obtenu par changement d'échelle local est composé de 225 noeuds et 420 connexions ; la seule pression capillaire utilisée dans tout ce modèle à simple porosité est celle de la matrice. Le modèle simplifié obtenu par notre changement d'échelle global adaptatif est composé de 223 noeuds et 2000 connexions (Figure 4.34). L'*inflow* est utilisé comme critère de sélection dans le changement d'échelle global adaptatif (Figures 4.35 et 4.36) ; les paramètres sont montrés Tableau 4.8. Lors de cette étude, nous modélisons l'écoulement avec une relativement forte pression capillaire, pour mieux drainer l'espace matriciel et optimiser la récupération d'huile. Lors de la sélection des noeuds, nous allons donc chercher d'une part à mieux conserver les noeuds de matrice susceptibles d'être bien drainés lors de la simulation d'écoulement avec pression capillaire, et d'autre part à bien reproduire les échanges entre matrice et fractures. Les fractures, dont les noeuds ont les plus forts débits pour un régime permanent, sont fortement sous-échantillonnées dans le modèle simplifié. Seuls 3% des noeuds dont le débit est supérieur au P80 sont conservés. Les faibles débits (<P25) sont également peu échantillonnés dans le modèle simplifié (10%). Au contraire, les noeuds dont le débit est compris entre le P25 et le P80, correspondant pour la majorité à des noeuds de matrice relativement bien drainés en régime permanent, sont fortement représentés avec 87%. Le modèle final contient 40 noeuds de fracture ; les fractures sont donc moins représentées dans le modèle simplifié, avec seulement 18% de noeuds de fracture contre 26% dans le modèle fin. Ceci est donc en accord avec l'importance du rôle de la matrice lors d'un écoulement avec pression capillaire. D'autre part, on peut noter qu'il devient difficile de conserver une bonne précision du modèle simplifié pour des changements d'échelle de degré plus important, car alors il ne reste plus suffisamment de noeuds de fracture dans le milieu pour correctement modéliser les échanges matrice-fractures.

Les courbes de production pour les deux types de changement d'échelle et le modèle fin sont données Figure 4.37 et les erreurs associées sont répertoriées dans le Tableau 4.9. La méthode locale ne permet pas de capturer la physique de l'écoulement et produit de mauvais résultats (30.9% pour l'huile cumulée et 164.61% pour la proportion d'eau). La technique globale adaptative donne une très bonne approximation du modèle fin (erreur de 0.21% pour l'huile cumulée et 0.56% pour la proportion d'eau), excepté pour la prédiction du temps d'apparition de l'eau au puits producteur, qui est précoce d'environ 0.1 volume poreux d'eau injectée.

Les distributions de pressions pour les deux types de changement d'échelle sont tracées en fonction des pressions du modèle fin (Figure 4.38). La méthode locale donne une distribution de

S_w	$P_c(kPa)$
0	1378,95
0.2	344.74
0.4	62.05
0.6	13.79
0.9	3.45
1	0

TAB. 4.7 – Données de pression capillaire pour la matrice

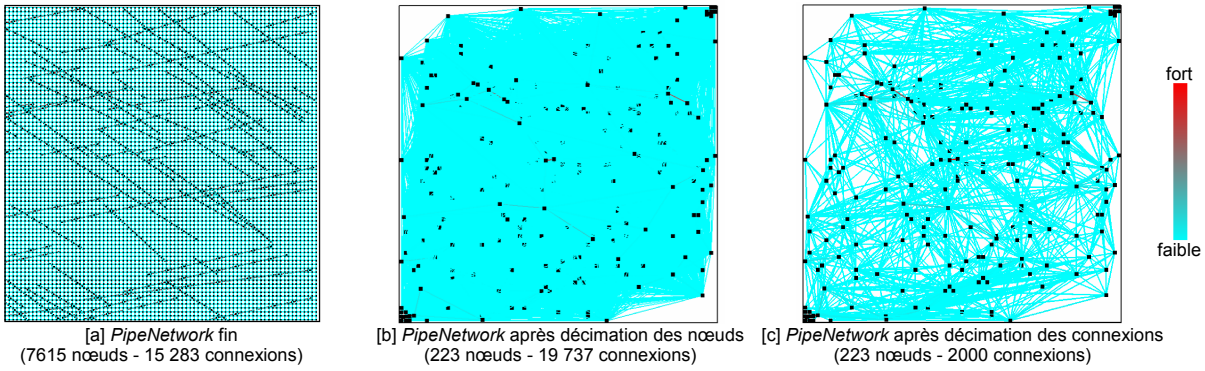


FIG. 4.34 – Les étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle fracturé 2D avec double pression capillaire

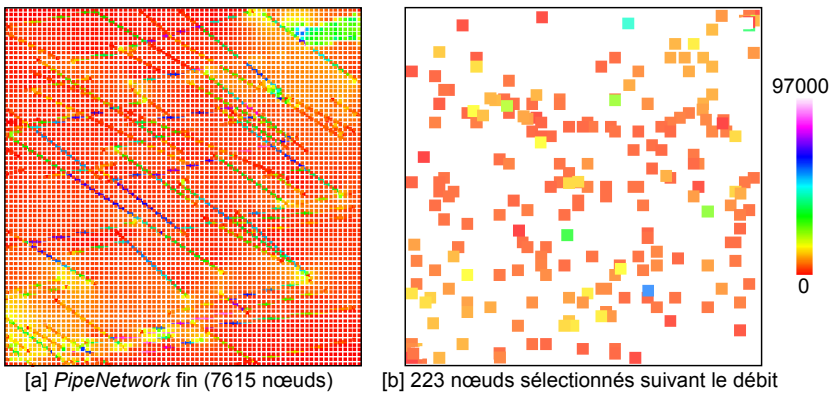


FIG. 4.35 – Sélection des noeuds par la propriété d'*inflow* pour le modèle fracturé 2D avec double pression capillaire

pressions très différente du modèle fin. Notre méthode globale adaptative obtient des pressions relativement proches de celles du modèle fin, les points de données sont approximativement alignés avec la bissectrice. L'erreur en norme L_2 de la pression moyennée pour le changement

Centiles	Valeurs
0	0
10	338.09
20	505.29
30	633.04
40	751.51
50	930.97
60	1233.51
70	1729.77
80	3066.05
90	7680.62
100	97250.4

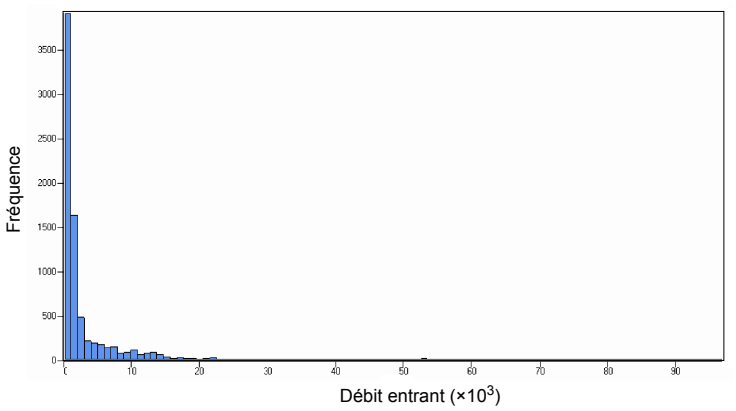


FIG. 4.36 – Paramètres statistiques de la propriété d'*inflow* pour le modèle fracturé 2D avec double pression capillaire

Quantiles	Valeur	% dans le modèle simplifié
0	0	0.1
25	572.45	0.87
80	3080.19	0.03
100	96996	

TAB. 4.8 – Paramètres pour la sélection des noeuds selon l'*inflow* pour le modèle fracturé 2D avec double pression capillaire

d'échelle local est de 6.87% ; les erreurs de pression pour le modèle dual porosité/dual perméabilité sont de 0.01% dans les fractures et de 0.0043% dans la matrice.

On peut observer que, par rapport à la décimation des noeuds, la décimation des connexions introduit une erreur très faible de 0.43% pour l'huile cumulée, mais une erreur un peu plus importante de 4.47% pour le pourcentage d'eau récupérée (Figure 4.39a). La pression est toujours bien reproduite, avec une erreur relative de 0.017% dans les fractures et de 0.0037% dans la matrice (Figure 4.39b). On observe toutefois l'apparition d'une donnée aberrante de la pression dans les fractures, avec un point très éloigné de la bissectrice.

	Local	Global adaptatif
Huile cumulée (L_1)	30.9%	0.21%
Proportion d'eau (L_1)	164.61%	0.56%
Pression (L_2)	6.87%	0.0072%

TAB. 4.9 – Erreurs des courbes de production et de la pression pour les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double pression capillaire)

La simulation sur le modèle fin nécessite 723 secondes, soit environ 12 minutes, tandis que le

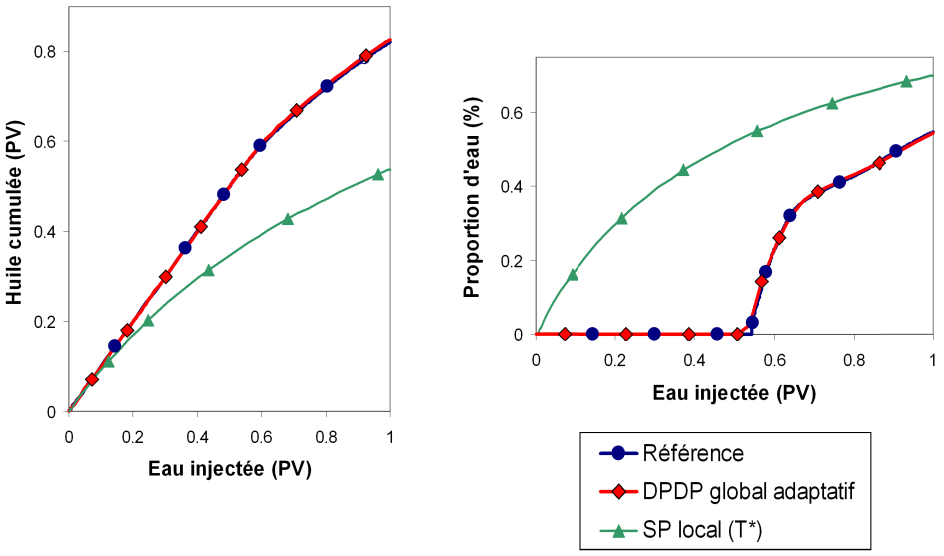


FIG. 4.37 – Comparaison des courbes de production pour le modèle fin (référence) et les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double pression capillaire)

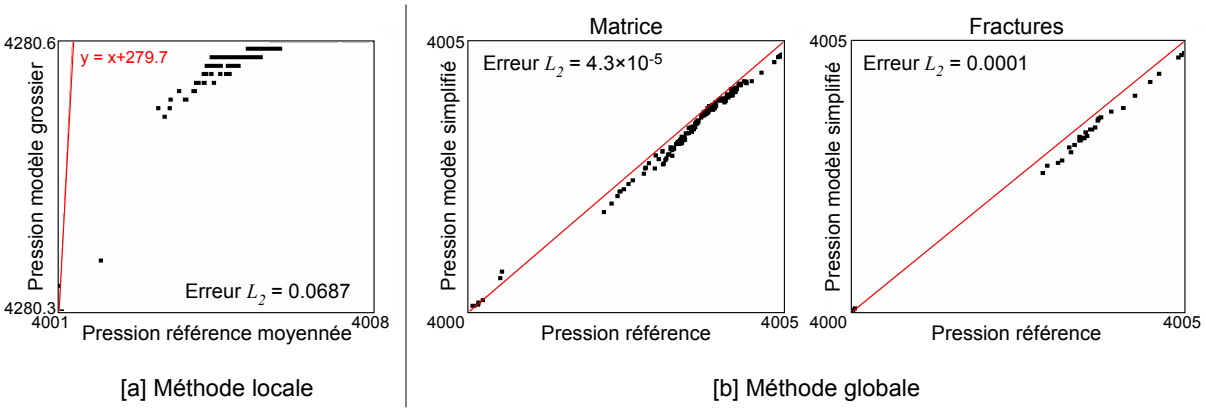
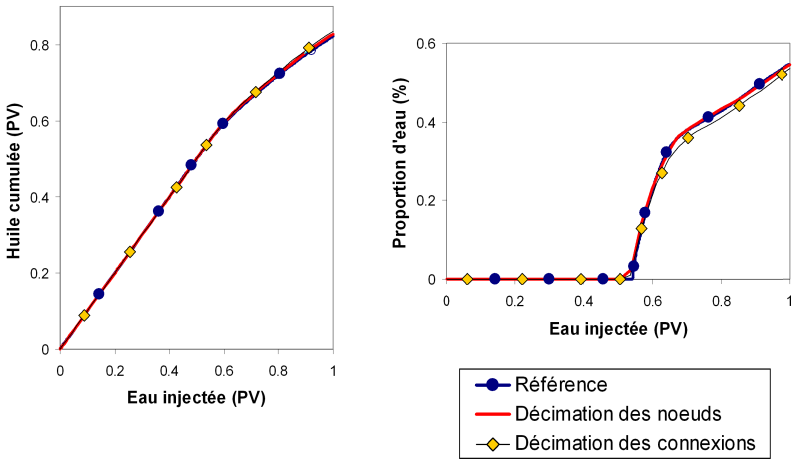
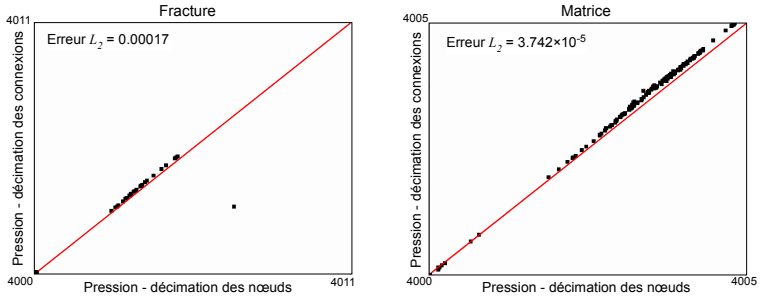


FIG. 4.38 – Diagramme de dispersion des pressions sur les modèles grossiers en fonction de celles du modèle fin pour les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double pression capillaire, à 1 volume poreux d'eau injectée)

modèle par changement d'échelle local prend 1.2 secondes au total (11.7% pour le changement d'échelle et 88.3% s pour la simulation d'écoulement), et le modèle par changement d'échelle global adaptatif nécessite un total de 177 secondes (10.2% pour la décimation des noeuds, 86.4% pour la décimation des connexions, et 3.4% pour la simulation d'écoulement). La procédure globale adaptative nécessite par conséquent un temps non négligeable, dont l'algorithme de



(a) Courbes de production



(b) Diagramme de dispersion de la pression (à 1 volume poreux d'eau injectée)

FIG. 4.39 – Comparaison des résultats de simulation entre les deux étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double pression capillaire)

décimation des connexions représente l'étape limitante. En effet, dans ce cas l'algorithme de décimation des noeuds augmente le nombre de connexions, de 15 283 dans le modèle fin à 19 737 après décimation des noeuds. Néanmoins, le temps total nécessaire pour le changement d'échelle et la simulation d'écoulement reste toujours significativement inférieur à celui pour la simulation directement sur le modèle fin (réduction d'un facteur 4). Une fois le changement d'échelle effectué, la simulation d'écoulement requiert un temps très raisonnable (réduction d'un facteur 120).

4.4.4 Bilan

Le modèle présenté dans cette partie est un modèle fracturé sur lequel deux scénarios d'écoulement, avec double perméabilité relative et double pression capillaire, ont été étudiés. Les très bons résultats obtenus avec notre méthode de changement d'échelle prouvent sa précision et sa capacité à traiter des réservoirs à double milieu. Au contraire, un modèle simple porosité ob-

tenu par changement d'échelle local ne permet pas de reproduire la physique des problèmes. Par ailleurs, nous avons pu mettre en évidence l'importance de la sélection des noeuds, en particulier pour un écoulement avec pression capillaire, pour lequel il est judicieux de bien conserver les noeuds de matrice susceptibles d'être bien drainés.

4.5 Conclusion

Ce chapitre présente une méthode de changement d'échelle globale adaptative. Contrairement aux approches conventionnelles, l'idée de cette technique est de simplifier un modèle donné de façon à construire un système équivalent qui réduit le nombre d'inconnues et reproduit le comportement physique du réservoir fin en un ensemble de points d'observations interconnectés, vus comme des pseudo-puits. Toute la procédure repose sur la flexibilité de la structure du *PipeNetwork*, qui est un atout considérable. Les points d'observation sont conservés de manière à obtenir une bonne représentation des régions clef du réservoir. Un algorithme de sélection des chemins préférentiels a également été proposé pour les réservoirs fracturés notamment dans une optique d'approche hiérarchique. Le changement d'échelle proprement dit, par décimation des noeuds basée sur l'analogie électrique, a l'intérêt de ne pas imposer de conditions aux limites lors du calcul du réseau équivalent, et d'être robuste et systématique. Il est complété par une décimation des connexions, basée sur une procédure d'optimisation, qui permet de réduire le nombre de connexions pouvant être créées en très grand nombre à l'issue de la décimation des noeuds. Ainsi, le temps de résolution du problème d'écoulement peut être encore réduit, en transformant un système plein en un système creux.

Parce que notre méthode effectue simultanément l'*upgridding* et le changement d'échelle, et que le calcul des connexions dans le modèle simplifié est réalisé indépendamment de la forme des volumes de contrôle, notre méthode ne souffre pas des contraintes liées aux grilles classiques pour la discrétisation spatiale. De plus, comme l'algorithme principal de décimation des noeuds ré-évalue l'ensemble des connexions dans le modèle pour créer un système équivalent au modèle géologique, notre méthode n'est pas confrontée aux problèmes associés aux méthodes de changement d'échelle en *MPFA*.

La précision de la méthode a été démontrée pour différents cas, dont des modèles qui ne sont pas correctement traités par des méthodes locales classiques. Par le caractère global de notre méthode, les fortes anisotropies et les hétérogénéités connectées à grande échelle sont correctement gérées. De plus, son caractère adaptatif permet encore de réduire les erreurs en représentant davantage les régions importantes pour l'écoulement dans le réservoir. Il a aussi été montré que notre approche peut être utilisée pour construire avec succès des modèles double porosité/double perméabilité. Un milieu fracturé avec des scénarios d'écoulement à double perméabilité relative et double pression capillaire a en effet été modélisé avec précision par notre méthode. Il serait intéressant de comparer ces résultats avec des approches plus conventionnelles, comme l'idéalisation de Warren et Root (1963). Dans tous les cas, l'utilisation du modèle simplifié pour la simulation d'écoulement permet de réduire considérablement les temps de calcul.

Par ses caractéristiques, la procédure de changement d'échelle est naturellement adaptée à une approche multi-échelle sur grille duale. En adoptant un tel schéma de résolution, la précision

en pression de notre méthode pourra être couplée à la précision en saturation d'un résolution explicite sur le modèle géologique fin. Notre procédure permet en effet de reconstituer aisément la pression sur le modèle fin à partir d'une solution sur le modèle simplifié, en inversant la succession des transformations effectuées lors de la décimation des noeuds. Une implantation dans le simulateur d'écoulement GPRS a été proposée pour coupler ce processus à une résolution suivant un schéma IMPES. Il serait en particulier intéressant de tester alors les capacités de cette méthode de résolution pour des modèles à double milieu. Ainsi, la perméabilité relative et la pression capillaire, variables dépendant de la saturation, seraient exactes dans le problème de transport.

Enfin, deux points principaux doivent être améliorés : (1) la mise en place d'un contrôle de la pertinence de la sélection des noeuds, par une évaluation rapide de la précision ainsi obtenue, et (2) l'investigation de nouvelles implantations de l'algorithme de décimation des noeuds, pour rendre la méthode plus compétitive, comparée aux techniques locales. Il serait également intéressant de la comparer avec les autres procédures globales de la littérature, en termes de précision et de temps. En effet, ces procédures sont significativement plus lentes que les méthodes locales. Il faut également noter que contrairement aux autres méthodes globales, sujettes aux problèmes de stabilité et de robustesse, notre technique assure d'aboutir à une solution réaliste physiquement. De même, une comparaison avec une approche classique de modèle à double continuum de Warren et Root (1963) permettrait de mieux évaluer le gain apporté par notre technique.

Conclusion

Conclusions

La modélisation des réservoirs fracturés représente encore aujourd'hui une difficulté majeure lors de l'exploitation des ressources pétrolières ou lors d'études environnementales pour l'enfouissement des déchets. Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à la modélisation des processus d'écoulements au sein de ces réservoirs. L'écoulement y est majoritairement contrôlé par deux paramètres : les propriétés hydrauliques des fractures, et la géométrie du réseau. Leur combinaison peut créer aussi bien des chemins préférentiels d'écoulement, par des fractures ouvertes très conductrices et très bien interconnectées, que des compartimentations du réservoir, par la connexion de fractures scellées qui feront barrage à l'écoulement. Parce que les fractures sont très nombreuses dans un réservoir et qu'elles présentent des volumes de petite taille, le modèle géologique doit subir un changement d'échelle pour obtenir un modèle réservoir de plus faible résolution. Il est donc nécessaire de représenter précisément ces deux paramètres des réseaux de fractures dans le modèle d'écoulement.

Différents types de réservoirs fracturés ont été définis, en fonction de leurs caractéristiques et de leur comportement face à l'écoulement. Le modèle pour l'écoulement le plus approprié doit être choisi avec soin, pour une meilleure efficacité. Différents modèles conceptuels ont été mis en place : (1) les modèles par continuum équivalent, dont les modèles simple porosité, double porosité et double porosité/double perméabilité, qui présentent l'avantage d'être efficaces, mais souffrent d'un manque de précision des paramètres de fractures, (2) les modèles discrets, qui offrent une représentation très précise du comportement du milieu, mais sont limités par les moyens actuels pour la construction de grilles adaptées, et nécessitent une description détaillée de la géométrie et des propriétés des fractures individuelles, (3) les modèles hybrides qui allient les avantages de chacun des modèles précédents. C'est donc sur ce dernier type de modèle que nous avons basé nos travaux de thèse.

Premièrement, la géométrie et les propriétés hydrauliques du réseau de fractures sont difficiles à caractériser sur un réservoir, en raison des données disponibles, éparses et peu précises. Il faut donc le plus souvent recourir à des méthodes indirectes et les estimer stochastiquement. Le moyen de valider les différents modèles équiprobables est de procéder à une étude de calage par historique de production. Pour cela, il faut donc que géométrie et propriétés du réseau de fractures discrètes soient bien respectées par le changement d'échelle. Ceci nécessite au préalable de pouvoir discrétiser précisément ces fractures, et leurs interactions avec la matrice. Les méthodes

actuellement proposées pour la construction d'une grille sur un réservoir fracturé sont limitées par les contraintes imposées par les simulateurs d'écoulement, et le manque de flexibilité de la géométrie des grilles, qui échouent à représenter les configurations géométriques très complexes existant dans ces réservoirs. Elles demandent également un temps considérable de calcul et une intervention continuelle de l'utilisateur pour préparer les données et contrôler le résultat du maillage.

Le premier travail de notre thèse, détaillé au Chapitre 2, a donc été de développer une méthode de discrétisation, qui soit capable de représenter à la fois les fractures et la matrice, et les échanges entre les deux milieux. La structure de données utilisée pour cette discrétisation, nommée le *PipeNetwork*, correspond à une représentation d'une grille réservoir basée sur les connectivités, où les volumes de contrôle sont représentés par des noeuds, et les connexions entre ces volumes sont explicitées par des segments reliant les noeuds. Une telle représentation offre une grande flexibilité, qui permet de s'adapter aux géométries les plus complexes. De plus, par conception, le *PipeNetwork* est dédié au transfert de données du géomodeleur au simulateur d'écoulement. L'utilisation d'un *PipeNetwork* pour discrétiser les réseaux de fractures à été régulièrement proposée dans la littérature. Mais ces méthodes ne prennent pas en compte la matrice, qui n'est pourtant pas toujours négligeable. Nous avons donc proposé un mode d'extraction du *PipeNetwork* conjointement depuis une grille géologique classique et un réseau de fractures discrètes. Des connexions matrice-matrices, fracture-fractures, et matrice-fractures sont donc créées pour modéliser les échanges dans et entre les deux milieux. Les deux premiers types de connexion sont exacts, dans les limites d'application d'un schéma *TPFA*. Par souci d'efficacité, des approximations ont cependant été introduites dans la façon dont les connexions entre la matrice et les fractures sont calculées. Ce sont notamment ces approximations qui nous permettent de gérer un très grand nombre de fractures, et de pouvoir construire rapidement le *PipeNetwork*, même dans des cas complexes comme il a été démontré. Un modèle d'environ 45 000 fractures, avec une grille géologique de 62 500 cellules, a en effet été discrétisé en seulement 5 minutes et 30 secondes sur un ordinateur portable standard. Par comparaison avec la méthode de Karimi-Fard et al. (2004), basée sur une représentation classique de grille par volumes finis, nous avons également démontré que ces approximations n'entraînaient pas d'erreurs conséquentes (généralement inférieures à 2%) dans les résultats pour différents scénarios d'écoulement, dont des comportements de double milieu.

Deuxièmement, les fractures ouvertes introduisent de fortes hétérogénéités, avec des perméabilités de dizaines de Darcy. Suivant la géométrie du réseau de fractures, ces hétérogénéités peuvent être connectées à grande échelle. De plus, les fractures peuvent créer de fortes anisotropies lorsqu'elles ne sont pas alignées avec les axes de la grille. Toutes ces caractéristiques sont généralement mal gérées par les méthodes de changement d'échelle conventionnelles, qui calculent les perméabilités équivalentes basées sur le problème d'écoulement, en appliquant des conditions aux limites locales arbitraires. Or il a été démontré que ces conditions introduisent des erreurs importantes dans le cas de fortes anisotropies et/ou de connectivité de structures perméables à grande échelle. Pour ces réservoirs, il faut donc adopter des méthodes globales. Actuellement, les méthodes globales proposées souffrent d'un problème de robustesse, et, parce qu'elles sont généralement basées sur des problèmes d'optimisation, n'assurent pas de converger

vers une solution correcte. Par ailleurs, il est intéressant de pouvoir coupler une méthode globale à une procédure de maillage adaptatif, afin de réduire les sources d'erreur dues à l'homogénéisation et à la discrétisation. Enfin, pour traiter tout type de réservoirs fracturés, il faut que la méthode de changement d'échelle puisse construire un modèle double porosité/double perméabilité, qui pourra modéliser l'écoulement dans les fractures et dans la matrice. Or les méthodes actuelles souffrent (1) de l'hypothèse de l'existence d'un volume élémentaire représentatif, qui peut être invalide pour des formations fracturées, (2) d'une idéalisation de la géométrie du réseau de fractures, et (3) de la difficulté de représenter les échanges entre la matrice et les fractures, à travers le facteur de forme.

Le second travail de notre thèse, présenté au Chapitre 4, s'est donc attaché au développement d'une méthode globale pour le changement d'échelle dans les réservoirs fracturés. Le principe est de sélectionner un nombre de noeuds jugés représentatifs du modèle fin, puis de construire le système équivalent en cet ensemble de noeuds. Ce système équivalent est déterminé par l'application de transformations électriques, par lesquelles chaque noeud non sélectionné est décimé, et de nouvelles connexions sont créées entre les noeuds restants, de façon à assurer la conservation des pressions et des débits. Enfin, une étape optionnelle est proposée pour décimer le nombre de connexions créées, parfois encore trop important, et ainsi transformer un système dense en un système creux qui sera résolu plus rapidement lors de la simulation d'écoulement. Notre méthode présente les avantages suivants :

- Elle n'impose aucune condition aux limites pour calculer le système équivalent par décimation des noeuds.
- Elle est robuste, puisque l'algorithme ne génère pas de valeurs de propriété aberrantes, et assure de converger vers une solution physiquement réaliste.
- Elle ne repose pas sur l'hypothèse de l'existence d'un volume élémentaire représentatif, en travaillant sur un ensemble de points d'observation.
- Elle est basée sur notre représentation détaillée du modèle fracturé, et n'introduit donc aucune idéalisation du système. Nous profitons ici de l'intérêt de pouvoir discrétiser l'ensemble d'un réservoir fracturé, pour pouvoir effectuer ensuite un changement d'échelle global.
- Elle permet d'individualiser les éléments de fractures et de matrice, entre lesquels les différentes connexions seront calculées, et ainsi conduit à un modèle double porosité/double perméabilité.
- Elle calcule directement les transmissibilités matrice-fractures, il n'est donc pas nécessaire d'introduire de facteur de forme.
- Elle est naturellement couplée à une procédure adaptative de maillage, dépendant de la sélection des noeuds. Dans notre cas, l'*upgridding* et le changement d'échelle sont en effet effectués simultanément. Notre méthode ne présente donc pas les inconvénients liés aux méthodes classiques de construction de grilles basées sur l'écoulement.
- Elle intègre aisément les fractures majeures de façon discrète, grâce à la flexibilité du *PipeNetwork*, et peut donc être utilisée dans une approche hiérarchique.
- Le produit du changement d'échelle peut servir directement d'entrée à tous les simulateurs nouvelle génération sur grilles non structurées (GPRS, Empower, Nexus, Intersect, etc.), basés sur une représentation par liste de connectivités.

– Les temps de simulation sur les modèles simplifiés sont fortement réduits, d'un même ordre de grandeur qu'avec une méthode locale.

Néanmoins nous notons les faiblesses suivantes. D'abord, la sélection actuellement proposée est un prototype, et il faut l'améliorer en l'automatisant davantage, en combinant différents critères, et surtout en proposant un moyen de contrôler la qualité du résultat du futur changement d'échelle. Ensuite, bien que l'algorithme de décimation soit conceptuellement très simple, son implantation de manière efficace est difficile, et les deux façons que nous avons proposées pour représenter le graphe ne permettent pas d'obtenir des temps de calculs comparables aux méthodes locales. Par ailleurs, pour intégrer pleinement notre procédure dans une approche hiérarchique, quelques améliorations sont nécessaires. L'idée serait d'appliquer un premier changement d'échelle rapide classique pour les petites fractures, conduisant à un modèle simple porosité. Ce modèle simple porosité serait alors considéré comme la matrice, pour appliquer ensuite notre méthode au traitement des fractures moyennes à grandes. Ceci nécessite de traiter les perméabilités tensorielles, générées dans le modèle simple porosité, lors du calcul des transmissibilités matrice-fractures. Or, actuellement seules les perméabilités isotropes sont gérées. Enfin, la visualisation des résultats est difficile et limite significativement le contrôle qualité de l'ingénieur réservoir. Pour une meilleure exploitation de ces résultats, il est donc nécessaire de développer des outils de visualisation adaptés.

Perspectives

La méthode de discrétisation proposée dans ces travaux de thèse est principalement limitée par les contraintes sur les perméabilités qui sont acceptées en entrée. Il est primordial de gérer correctement les perméabilités anisotropes pour pouvoir proposer une approche hiérarchique complète, modélisant toutes les fractures.

En premières perspectives à notre méthode de changement d'échelle, il serait nécessaire (1) de développer davantage les stratégies de sélection des noeuds, d'automatiser encore cette sélection, et surtout de proposer un contrôle qualité de façon à estimer avant d'avoir à effectuer le changement d'échelle si la solution proposée sera optimale, et (2) d'améliorer les performances des algorithmes de décimation, notamment celui de la décimation des noeuds dont l'implantation proposée requiert des temps de calculs importants, en raison des nombreuses manipulations du graphe. Mais une fois que le changement d'échelle a été effectué, il est possible de reproduire très rapidement les mêmes transformations sans plus éditer le graphe.

Une comparaison avec le modèle conventionnel de Warren et Root (1963) permettrait de valider pleinement notre modèle, dont le but est de s'affranchir des limites inhérentes à la formulation classique, et de mettre ainsi en évidence ses avantages.

Une perspective naturelle de notre méthode de changement d'échelle est de pouvoir lier l'algorithme de reconstitution des pressions avec une résolution sur grille duale. Elle est en effet dédiée à la bonne conservation des pressions entre le modèle fin et le modèle simplifié. Si elle

peut être couplée avec une résolution du problème de transport sur la grille fine, alors il sera possible d'obtenir un degré de précision élevé.

Dans une perspective plus large, il est intéressant de coupler notre méthode de changement d'échelle avec des tests de puits et des procédures de calage des propriétés par historique de production. Dans le cas des réservoirs fracturés, il est impératif de caler également la géométrie du réseau. Bien qu'il soit alors nécessaire pour chaque nouvelle géométrie d'effectuer un changement d'échelle complet, comme notre méthode est basée sur une représentation discrète du réseau, elle est tout à fait adaptée à ce type d'étude. L'intérêt ici serait donc d'effectuer une première discrimination des modèles susceptibles d'être les plus représentatifs du réservoir réel avec des méthodes moins précises mais plus rapides, et donc d'effectuer notre changement d'échelle seulement sur ces quelques modèles.

Table des figures

1.1 Porosités de fracture et de matrice normalisées en fonction de la pression hydrostatique, d'après Nelson (2001) 8

1.2 Graphe schématique du pourcentage de la perméabilité en fonction du pourcentage de la porosité pour les différents types de réservoirs fracturés, d'après Nelson (2001) 10

1.3 Boucle de modélisation numérique de l'écoulement dans un réservoir fracturé (modifié d'après Commitee on Fracture Characterization and Fluid Flow (1996)) . . 16

1.4 Idéalisation du milieu fracturé ((Ordonez et al., 2001) d'après Warren et Root (1963)) 19

1.5 Étapes successives pour la triangulation d'une fracture 21

1.6 Discrétisation d'un modèle 3D de fractures discrètes (Adler et al., 2002) 22

1.7 Méthodologie hiérarchique pour la simulation d'écoulement de réservoirs fracturés, d'après Bourbiaux et al. (2002) 25

1.8 Effet de la valeur du facteur de forme sur le taux de production (modifié d'après (Rijken, 2005)) 29

1.9 Effet du type de conditions aux limites sur les valeurs de perméabilité équivalente (modifié d'après (Rijken, 2005)) 31

2.1 Les différents types de maillage pour la simulation d'écoulement 34

2.2 Définition d'une grille réservoir 35

2.3 Approximations de la perméabilité définie aux noeuds du maillage pour un grille centrée sur les blocs (gauche) et une grille distribuée par points (droite) (Prévost, 2003) 36

2.4 Schéma d'un système unidimensionnel 38

2.5 Approximations à deux ou plusieurs points, d'après Heinemann et Heinemann (2003) 39

2.6 Schéma pour le calcul des coefficients de transmissibilité selon un schéma *MPFA* (Prévost, 2003) 40

2.7 Solution non physique de la pression pour une grille parallélépipédique perturbée en utilisant un schéma *MPFA* O(0), d'après Aavatsmark et al. (2006) 41

2.8 Représentation d'une grille réservoir par une approche basée blocs. Les propriétés sont stockées aux niveau des mailles ou blocs. 43
2.9 Représentation d'une grille réservoir par une approche basée connectivités. Les propriétés sont stockées aux niveau des noeuds. 43
2.10 Discrétisation d'un réseau de fractures par une liste de connectivités reliant les centres de fractures sécantes, d'après Cacas et al. (1990) 46
2.11 Discrétisation d'un réseau de fractures par une liste de connectivités reliant les intersections entre fractures, d'après Dershowitz et Fidelibus (1999) 46
2.12 Exemple 2D d'un milieu poreux fracturé et maillage par volumes finis associé (Karimi-Fard et al., 2004) 49
2.13 Représentation géométrique de deux volumes de contrôle adjacents et définition des différents paramètres entrant dans l'estimation de la partie géométrique de la transmissibilité 49
2.14 Transformation triangle-étoile pour un réseau de résistances équivalent (Karimi-Fard et al., 2004) 50
2.15 Maillage, grille duale et éléments de fracture (Reichenberger et al., 2006) 50
2.16 Courbes de pression capillaire dans la matrice et les fractures d'après le modèle de Brooks-Corey (Reichenberger et al., 2006) 51
2.17 Cas problématiques pour la génération de maillage sur des modèles fracturés . . 52
2.18 Discrétisation d'un réseau de fractures 2D : volumes de contrôle de fractures et matrice (Sarda et al., 2001) 53
2.19 Maillage 2D d'un milieu fracturé par un algorithme de traitement d'image 54
2.20 Exemple 3D de la structure de données d'arbre binaire pour la discrétisation de modèles fracturés (Karimi-Fard, 2004) 56
2.21 Maillage construit à partir des régions extraites d'un modèle fracturé 3D (Karimi-Fard, 2004) 56
2.22 Représentation d'un graphe par une liste d'incidence 58
2.23 Représentation d'un graphe par une matrice d'adjacence 59
2.24 Génération d'un *PipeNetwork* à partir d'un modèle fracturé constitué d'une grille basée blocs et d'un réseau de fractures discrètes 60
2.25 Extraction d'un *PipeNetwork* à partir d'une grille 3D structurée irrégulière faillée 61
2.26 Schéma de connexions de voisinage en 2D 61
2.27 Schéma de connexions de non-voisinage au travers d'un plan de faille en 2D . . . 62
2.28 Les trois configurations pour le calcul de la distance minimale entre deux triangles dans un espace 3D 63
2.29 Les quatre configurations de l'algorithme de troncature d'un polygone 63
2.30 Extraction d'un *PipeNetwork* à partir d'une fracture enchâssée dans une grille . . 64
2.31 Extraction des connexions matrice-fractures du *PipeNetwork* 65

2.32 Approximation de la transmissibilité des connexions matrice-fractures 66
2.33 Extraction des connexions inter-fractures 66
2.34 Modèle fracturé 3D complexe pour évaluer les performances de l'algorithme d'extraction du *PipeNetwork* 68
2.35 Distribution du temps pour les différentes étapes de l'algorithme d'extraction du *PipeNetwork* 68
2.36 Profil de pression non symétrique de part et d'autre d'une fracture 69
2.37 Altération des échanges entre deux blocs de matrice fracturés 70
2.38 Altération des échanges entre fractures proches 70
2.39 Jeu de données utilisé pour la comparaison des discrétisations 72
2.40 Courbes de perméabilité relative pour la matrice et les fractures 73
2.41 Comparaison des courbes de production du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible 78
2.42 Comparaison des courbes de production du *DFM* et du *PN* pour un écoulement compressible 78
2.43 Comparaison des courbes de production du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible avec perméabilité relative 79
2.44 Comparaison des courbes de production pour le *DFM* et le *PN* pour un écoulement incompressible avec pression capillaire 79
2.45 Comparaison de la distribution de pression du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible 80
2.46 Comparaison de la distribution de pression du *DFM* et du *PN* pour un écoulement compressible 80
2.47 Comparaison de la distribution de pression du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible avec perméabilité relative 81
2.48 Comparaison de la distribution de pression du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible avec pression capillaire 81
2.49 Comparaison de la distribution de saturation du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible 82
2.50 Comparaison de la distribution de saturation du *DFM* et du *PN* pour un écoulement compressible 82
2.51 Comparaison de la distribution de saturation du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible avec perméabilité relative 83
2.52 Comparaison de la distribution de saturation du *DFM* et du *PN* pour un écoulement incompressible avec pression capillaire 83
2.53 Diagramme quantile-quantile de la pression et de la saturation sur le *PN* en fonction du *DFM* pour un écoulement incompressible 84

2.54 Diagramme quantile-quantile de la pression et de la saturation sur le *PN* en fonction du *DFM* pour un écoulement compressible 84

2.55 Diagramme quantile-quantile de la pression et de la saturation sur le *PN* en fonction du *DFM* pour un écoulement incompressible avec perméabilité relative . 85

2.56 Diagramme quantile-quantile de la pression et de la saturation sur le *PN* en fonction du *DFM* pour un écoulement incompressible avec pression capillaire . . 85

3.1 Calculs des bornes de Cardwell et Parsons et des valeurs intermédiaires en trois dimensions (Renard, 1996) 91

3.2 Principe de la renormalisation (Renard, 1996) d'après (King, 1989) 92

3.3 Schémas électriques analogues pour le calcul de renormalisation, d'après Renard et de Marsily (1997) 93

3.4 Procédure de renormalisation pour assembler huit mailles en trois dimensions (Renard, 1996) 94

3.5 Changement d'échelle par une méthode numérique de simulation d'écoulement locale ou locale étendue 95

3.6 Conditions aux limites de type pression constante/pas d'écoulement 96

3.7 Conditions aux limites de type pression linéaire 97

3.8 Schémas des deux variantes de changement d'échelle local-global, d'après Chen (2005) 101

3.9 Les différents types de grille adaptative basée écoulements 109

4.1 Schéma pour le calcul de k-distance 118

4.2 Détection de cinq chemins préférentiels dans un milieu fracturé par l'algorithme A* 121

4.3 Transformations électriques (parallèle et polygone-étoile) et les équations associées 123

4.4 Modèle hétérogène à perméabilité statistiquement isotrope 125

4.5 *PipeNetworks* fin initial et après décimation des noeuds pour le modèle à perméabilité isotrope 125

4.6 Diagramme de dispersion de la pression obtenue sur le modèle après décimation des noeuds en fonction de celle du modèle fin de référence (écoulement monophasique en régime permanent) 126

4.7 Cas de connexions qui ne peuvent être supprimées (en rouge) : [a] connexions en série, [b] connexion vers laquelle tout le flux converge 127

4.8 *PipeNetworks* après décimation des noeuds et après décimation des connexions pour le modèle à perméabilité isotrope 128

4.9 Diagramme de dispersion de la pression obtenue sur le modèle après décimation des connexions en fonction de celle du modèle après décimation des noeuds (écoulement monophasique en régime permanent) 129

4.10 Cartes de pression pour le modèle fin de référence (gauche) et après reconstitution de la pression (droite) . . . 132
4.11 Diagramme de dispersion de la pression obtenue après reconstitution de la pression en fonction de celle du modèle fin (écoulement monophasique en régime permanent) 132
4.12 Modèle hétérogène 2D à forte anisotropie . . . 134
4.13 Les étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle 2D anisotrope 135
4.14 Sélection des noeuds par la propriété d'*inflow* pour le modèle 2D anisotrope . . . 136
4.15 Paramètres statistiques de la propriété d'*inflow* pour le modèle 2D anisotrope . . 136
4.16 Comparaison des courbes de production pour le modèle fin (référence) et les trois types de changement d'échelle (local, global structuré, et global adaptatif) pour le modèle 2D anisotrope (système eau-huile incompressible) . . . 137
4.17 Diagramme de dispersion des pressions sur les modèles grossiers en fonction de celles du modèle fin pour les trois types de changement d'échelle (local, global et global adaptatif) (modèle 2D anisotrope en système eau-huile incompressible, à 2.8 volumes poreux d'eau injectée) . . . 138
4.18 Comparaison des résultats de simulation entre les deux étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle 2D anisotrope (système eau-huile incompressible) . . . 139
4.19 Portion du modèle SPE10 dans la région chenalisée du Upper Ness (vue de dessous - les distances sont doublées dans la direction z) . . . 140
4.20 Les étapes du changement d'échelle global adaptatif pour la portion du modèle 3D du Upper Ness . . . 140
4.21 Sélection des noeuds par la propriété de k-distance pour la portion du modèle 3D du Upper Ness . . . 141
4.22 Paramètres statistiques de la propriété de k-distance pour la portion du modèle 3D du Upper Ness . . . 141
4.23 Comparaison des courbes de production pour le modèle fin (référence) et les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour la portion du modèle 3D du Upper Ness (système eau-huile incompressible) . . . 142
4.24 Diagramme de dispersion des pressions sur les modèles grossiers en fonction de celles du modèle fin pour les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour la portion du modèle 3D du Upper Ness (système eau-huile incompressible, à 5 volumes poreux d'eau injectée) . . . 142
4.25 Comparaison des résultats de simulation entre les deux étapes du changement d'échelle global adaptatif pour la portion du modèle 3D du Upper Ness (système eau-huile incompressible) . . . 143
4.26 Modèle fracturé 2D . . . 145
4.27 Courbes de perméabilité relative pour la matrice et les fractures . . . 146

4.28 Les étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle fracturé 2D avec double perméabilité relative 146
4.29 Sélection des noeuds par la propriété de k-distance pour le modèle fracturé 2D avec double perméabilité relative 146
4.30 Paramètres statistiques de la propriété de k-distance pour le modèle fracturé 2D avec double perméabilité relative 147
4.31 Comparaison des courbes de production pour le modèle fin (référence) et les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double perméabilité relative) 148
4.32 Diagramme de dispersion des pressions sur les modèles grossiers en fonction de celles du modèle fin pour les deux types de changement d'échelle (local et global adaptatif) pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double perméabilité relative, à 1 volume poreux d'eau injectée) 148
4.33 Comparaison des résultats de simulation entre les deux étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double perméabilité relative) 149
4.34 Les étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle fracturé 2D avec double pression capillaire 151
4.35 Sélection des noeuds par la propriété d'*inflow* pour le modèle fracturé 2D avec double pression capillaire 151
4.36 Paramètres statistiques de la propriété d'*inflow* pour le modèle fracturé 2D avec double pression capillaire 152
4.37 Comparaison des courbes de production pour le modèle fin (référence) et les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double pression capillaire) 153
4.38 Diagramme de dispersion des pressions sur les modèles grossiers en fonction de celles du modèle fin pour les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double pression capillaire, à 1 volume poreux d'eau injectée) 153
4.39 Comparaison des résultats de simulation entre les deux étapes du changement d'échelle global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double pression capillaire) 154

Liste des tableaux

1.1 Synthèse des différents modèles conceptuels pour la simulation d'écoulement en milieu fracturé 28

2.1 Données de pression capillaire pour la matrice 74

2.2 Erreurs relatives entre le *DFM* et le *PN* pour différents scénarios d'écoulement . 75

3.1 Débits pour deux changements d'échelle globaux $\mathbf{k}^*$ et T^*, d'après Chen (2005) . 102

3.2 Tableau récapitulatif des caractéristiques des différentes méthodes de changement d'échelle 112

4.1 Paramètres pour la sélection des noeuds selon le critère d'*inflow* (modèle 2D anisotrope) 136

4.2 Erreurs des courbes de production et de la pression pour les trois types de changement d'échelle (local, global et global adaptatif) pour le modèle 2D anisotrope (système eau-huile incompressible) 138

4.3 Paramètres pour la sélection des noeuds selon le critère de k-distance pour la portion du modèle 3D du Upper Ness 140

4.4 Erreurs des courbes de production et de la pression pour les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour la portion du modèle 3D du Upper Ness (système eau-huile incompressible) 143

4.5 Paramètres pour la sélection des noeuds selon le critère de k-distance pour le modèle fracturé 2D avec double perméabilité relative 147

4.6 Erreurs des courbes de production et de la pression pour les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double perméabilité relative) 149

4.7 Données de pression capillaire pour la matrice 151

4.8 Paramètres pour la sélection des noeuds selon l'*inflow* pour le modèle fracturé 2D avec double pression capillaire 152

4.9 Erreurs des courbes de production et de la pression pour les deux changements d'échelle local et global adaptatif pour le modèle fracturé 2D (système eau-huile incompressible à double pression capillaire) 152

Bibliographie

J. E. Aarnes, V. L. Hauge et Y. Efendiev. Coarsening of three-dimensional structured and unstructured grids for subsurface flow. *Advances in Water Resources*, 2007. doi : 10.1016/j.advwatres.2007.04.007.

I. Aavatsmark, T. Barkve, O. Boe et T. Mannseth. Discretization on unstructured grids for inhomogeneous anisotropic media - Part I : Derivation of the methods. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 18:1700–1716, 1998.

I. Aavatsmark, G. T. Eigestad et J. M. Nordbotten. A compact MPFA method with improved robustness. Dans *10th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, Amsterdam, The Netherlands, 4-7 September 2006.

P. M. Adler, I. I. Bogdanov, V. V. Mourzenko et J-F. Thovert. Two-phase flow through fractured porous media. Dans *8th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, Freiberg, Germany, 3-6 September 2002.

P. M. Adler et J.-F. Thovert. *Fractures and Fracture Networks*. Kluwer Academic Publishers, 1999.

A. Aho, J. Hopcroft et J. Ullman. *Structures de données et algorithmes*, pages 204–209. Paris : Intereditions, 1987.

J. Almeida, M. Lopes et J. Santos. Equivalent permeability derived from a fractured system. Dans *International Association for Mathematical Geology*, Berlin, Germany, 15-20 September 2002.

T. Arbogast. Implementation of a locally conservative numerical subgrid upscaling scheme for two-phase Darcy flow. *Computational Geosciences*, 6:453–481, 2002.

P. Audigane et M. J. Blunt. Dual mesh method in upscaling. Dans *SPE Reservoir Simulation Symposium*, Houston, TX, USA, 3-5 February 2003. Paper 79681.

K. Aziz et A. Settari. *Petroleum Reservoir Simulation*. Aziz and Settari, 1979. Blitzprint Ltd. 2nd Edition.

G. I. Barenblatt, I. P. Zheltov et I. N. Kochina. Basic concept in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 24: 1286–1303, 1960.

J. W. Barker et S. Thibeau. A critical review of the use of pseudo relative permeabilities for upscaling. *SPE Reservoir Evaluation*, 12:138–143, 1997.

R. Basquet, C. E. Cohen et B. Bourbiaux. Fracture flow property identification : An optimized implementation of discrete fracture network models. Dans *14th SPE Middle East Oil & Gas Show and Conference*, Bahrain, 12-15 March 2005. Paper 93746.

B. Berkowitz. Characterizing flow and transport in fractured geological media : A review. *Advances in Water Resources*, 25:861–884, 2002.

B. Berkowitz et R. P. Edwing. Percolation theory and network modeling applications in soil physics. *Surveys in Geophysics*, 19:23–72, 1998.

I. I. Bogdanov, V. V. Mourzenko, J-F. Thovert et P. M. Adler. Pressure drawdown well tests in fractured porous media. *Water Resources Research*, 39:SHB 11–1, 2003.

O. Bour et P. Davy. Connectivity of random fault networks following a power law fault length distribution. *Water Resources Research*, 33:1567–1583, July 1997.

O. Bour et P. Davy. On the connectivity of three-dimensional fault networks. *Water Resources Research*, 34:2611–2622, October 1998.

B. Bourbiaux, R. Basquet, M-C. Cacas, J-M. Daniel et S. Sarda. An integrated workflow to account for multi-scale fractures in reservoir simulation models : Implementation and benefits. Dans *10th Abu Dhabi International Petroleum Exhibition and Conference*, Abu Dhabi, U.A.E., 2002. Paper 78489.

B. Bourbiaux, M-C. Cacas, S. Sarda et J-C. Sabathier. A fast and efficient methodology to convert fractured reservoir images into a dual-porosity model. Dans *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, San Antonio, Texas, U.S.A., 5-8- October 1997. Paper 38907.

C. Braun, R. Helmig et S. Manthey. Macro-scale effective constitutive relationships for two-phase flow processes in heterogeneous porous media with emphasis on the relative permeability-saturation relationship. *Journal of Contaminant Hydrology*, 76:47–85, 2005.

L. Buatois, G. Caumon et B. Lévy. GPU accelerated isosurface extraction on complex polyhedral grids. Dans *26th Gocad Meeting*, Nancy, France, June 2006.

M-C. Cacas, J-M. Daniel et J. Letouzey. Nested geological modelling of naturally fractured reservoirs. *Petroleum Geoscience*, 7:S43–S52, 2001.

M-C. Cacas, E. Ledoux, G. de Marsily, B. Tillie, A. Barbreau, E. Durand, F. Feuga et P. Peaudecerf. Modeling fracture flow with a stochastic discrete fracture network : Calibration and validation - 1. The flow model. *Water Resources Research*, 26:479–489, 1990.

J. Cantarella et M. Piatek. tsnnls : A solver for large sparse least squares problems with non-negative variables. *ArXiv Computer Science e-prints*, 2004.

H. Cao. *Development of Techniques for General Purpose Simulators*. Thèse de doctorat, Stanford University, Stanford, CA, USA, June 2002.

W. T. Cardwell et R. L. Parsons. Average permeabilities of heterogeneous oil sands. *Transactions of the American Institute of Mining and Metallurgical Engineers, Petroleum Division*, 160:34–42, 1945.

C. Casciano, L. Ruvo, B. Volpi et F. Masserano. Well test simulation through discrete fracture network modelling in a fractured carbonate reservoir. *Petroleum Geoscience*, 10:331–342, 2004.

A. Castellini. Flow based grids for reservoir simulation. Mémoire de master, Stanford University, Stanford, CA, USA, June 2001.

Y. Chen. *Upscaling and Subgrid Modeling of Flow and Transport in Heterogeneous Reservoirs*. Thèse de doctorat, Stanford University, Stanford, CA, USA, June 2005.

Y. Chen et L. J. Durlofsky. Adaptive local-global upscaling for general flow scenarios in heterogeneous formations. *Transport in Porous Media*, 62:157–185, 2006.

Y. Chen, L. J. Durlofsky, M. Gerritsen et X. H. Wen. A coupled local-global upscaling approach for simulating flow in highly heterogeneous formations. *Advances in Water Resources*, 26: 1041–1060, 2003.

Z. Chen et T. Y. Hou. A mixed finite element method for elliptic problems with rapidly oscillating coefficients. *Mathematics of Computation*, 72:541–576, 2003.

Z. Chen et X. Yue. Numerical homogenization of well singularities in the flow transport through heterogeneous porous media. *SIAM Modeling and Simulation*, 1:260–303, 2003.

M. A. Christie. Flow in porous media - scale up of multiphase flow. *Current Opinion in Colloid and Interface Science*, 6:236–241, 2001.

M. A. Christie et M. J. Blunt. Tenth SPE comparative solution project : A comparison of upscaling techniques. *SPE Reservoir Evaluation and Engineering*, 4:308–317, 2001.

K. H. Coats. Implicit compositional simulation of single-porosity and dual-porosity reservoirs. Dans *10th SPE Symposium Reservoir Simulation*, Houston, TX, USA, February 1989. Paper 18427.

S. Conreaux. *Modélisation de 3 variétés à base topologique : application à la géologie*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, 2001.

M. Dale et H. Kleppe. A markov chain model for effective relative permeabilities and capillary pressure. *Transport in Porous Media*, 46:213–232, 2002.

N. H. Darman, G. E. Pickup et K. S. Sorbie. A comparison of two-phase dynamic upscaling methods based on fluid potentials. *Computational Geosciences*, 6:5–27, 2002.

B. Dershowitz, P. LaPointe, T. Eiben et L. Wei. Integration of discrete feature network methods with conventional simulator approaches. Dans *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, New Orleans, Louisiana, U.S.A., 27-30 September 1998. Paper 49069.

W. S. Dershowitz et C. Fidelibus. Derivation of equivalent pipe network analogues for three-dimensional discrete fracture networks by the boundary element method. *Water Resources Research*, 35:2685–2691, 1999.

C. V. Deutsch. Calculating effective absolute permeability in sandstone/shale sequences. *SPE Formation Evaluation*, 4:343–348, 1989.

Y. Ding. Scaling-up in the vicinity of wells in heterogeneous field. Dans *SPE Symposium on Reservoir Simulation*, San Antonio, TX, USA, 12-15 February 1995. Paper 29137.

L. J. Durlofsky. Numerical calculation of equivalent grid block permeability tensors for heterogeneous porous media. *Water Resources Research*, 27:699–708, 1991.

L. J. Durlofsky. Upscaling and gridding of fine scale geological models for flow simulation. Dans *8th International Forum on Reservoir Simulation*, Iles Borromées, Stresa, Italy, June 20-24 2005.

L. J. Durlofsky, R. C. Jones et W. J. Milliken. A nonuniform coarsening approach for the scale-up of displacement processes in heterogeneous porous media. *Advances in Water Resources*, 20:335–347, 1997.

M. G. Edwards, R. Agut et K. Aziz. Quasi k-orthogonal streamline grids : Gridding and discretization. Dans *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 1998.

C. L. Farmer. Upscaling : A review. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 40: 63–78, 2002.

M. H. Garcia et K. Aziz. Automatic grid generation for modeling reservoir heterogeneities. Dans *SPE Reservoir Engineering*, May 1992. Paper 21471.

Y. Gautier, M. J. Blunt et M. A. Christie. Nested gridding and streamline-based simulation for fast reservoir performance prediction. *Computational Geosciences*, 3:295–320, 1999.

Y. Gautier et B. Noetinger. Preferential flow-paths detection for heterogeneous reservoirs using a new renormalization technique. *Transport in Porous Media*, 26:1–23, 1997.

M. G. Gerritsen et L. J. Durlofsky. Modeling fluid flow in oil reservoirs. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 37:211–238, 2005.

J. R. Gilman. Enhanced simulation of naturally fractured reservoirs. Dans *8th International Forum on Reservoir Simulation*, Iles Borromees, Stresa, Italy, 20-24 June 2005.

D. R. Guérillot et S. Verdière. Different pressure grids for reservoir simulation in heterogeneous reservoirs. Dans *SPE Symposium on Reservoir Simulation*, San Antonio, TX, USA, 12-15 February 1995. Paper 29148.

Z. E. Heinemann, C. W. Brand et Y. Chen. Modeling reservoir geometry with irregular grids. *SPE Reservoir Engineering*, 6:225–232, 1991.

Z. E. Heinemann et G. F. Heinemann. Lecture note on gridding techniques for reservoir simulation. Dans *7th International Forum on Reservoir Simulation*, Bühl, Baden-Baden, Germany, 2003.

N. Henn, M. Quintard, B. Bourbiaux et S. Sakthikumar. Modelling of conductive faults with a multiscale approach. *Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP*, 59(2):197–214, 2004.

L. Holden et B. F. Nielsen. Global upscaling of permeability in heterogeneous reservoirs ; the output least squares (OLS) method. *Transport in Porous Media*, 40:115–143, 2000.

T. Hontans et P. Terpolilli. Taking into account general boundary conditions in upscaling absolute permeability. *Computational Geosciences*, 9:219–245, 2005.

T. Y. Hou et X. H. Wu. A multiscale finite element method for elliptic problems in composite materials and porous media. *Journal of Computational Physics*, 134:169–189, 1997.

P. Jenny, S. H. Lee et H. A. Tchelepi. Multi-scale finite-volume method for elliptic problems in subsurface flow simulation. *Journal of Computational Physics*, 187:47–67, 2003.

P. Jenny, S. H. Lee et H. A. Tchelepi. Adaptive multiscale finite-volume method for multiphase flow and transport in porous media. *Multiscale Model. Simul.*, 3:50–64, 2004.

A. G. Journel, C. V. Deutsch et A. J. Desbarats. Power averaging for block effective permeability. Dans *SPE California Regional Meeting*, Oakland, CA, USA, 2-4 April 1986. Paper 15128.

M. Karimi-Fard. Growing region technique applied to grid generation of complex fractured porous media. Dans *9th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, Cannes, France, 30 August - 2 September 2004.

M. Karimi-Fard, L. J. Durlofsky et K. Aziz. An efficient discrete-fracture model applicable for general-purpose reservoir simulators. *SPE Journal*, 9:227–236, June 2004. Paper 79699.

M. Karimi-Fard, B. Gong et L. J. Durlofsky. Generation of coarse-scale continuum flow models from detailed fractured characterizations. *Water Resources Research*, 42, 2006. Submitted.

H. Kazemi, J. R. Merrill, K. L. Porterfield et P. R. Zeman. Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs. *SPE Journal*, 16:317–326, 1976.

M. J. King. Recent advances in upgridding. *Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP*, 62: 195–205, 2007.

P. R. King. The use of renormalization for calculating effective permeability. *Transport in Porous Media*, 4:37–58, 1989.

P. R. King. Upscaling permeability : Error analysis for renormalization. *Transport in Porous Media*, 23:337–354, 1996.

V. Kippe, J. E. Aarnes et K.-A. Lie. A comparison of multiscale methods for elliptic problems in porous media flow. *Computational Geosciences*, To appear. Special issue on multiscale methods.

N. Koudina, R. Gonzalez Garcia, J-F. Thovert et P. M. Adler. Permeability of three-dimensional fracture networks. *Physical Review E*, 57:4466–4479, 1998.

R. Kruel Romeu. *Écoulement en milieu hétérogène : prise de moyenne de perméabilité en régimes permanent et transitoire.* Thèse de doctorat, Université Paris VI, Paris, France, June 1994.

A. Lange, J. Bouzian et B. Bourbiaux. Tracer-test simulation on discrete fracture network models for the characterization of fractured reservoirs. Dans *SPE Europec / EAGE Annual Conference*, Madrid, Spain, 13-16 June 2005. Paper 94344.

E. Larsen, S. Gottschalk, M. C. Lin et D. Manocha. Fast proximity queries with swept sphere volumes. Rapport technique TR99-018, Department of Computer Science, University of North Carolina, Chapel Hill, NC, USA, 1999.

S. H. Lee, M. F. Lough et C. L. Jensen. Hierarchical modeling of flow in naturally fractured formations with multiple length scales. *Water Resources Research*, 37:443–455, March 2001.

P. Lemouzy. Calcul de la perméabilité absolue effective. Rapport technique RF40 - 2685, Institut Français du Pétrole, 1991.

F. Lepage. *Génération de maillages tridimensionnels pour la simulation des phénomènes physiques en Géosciences.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, October 2003.

K. T. Lim et K. Aziz. Matrix-fracture transfer shape factors for dual-porosity simulators. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 13:169–178, 1995.

K.T. Lim, D. J. Schiozer et K. Aziz. A new approach for residual and jacobian array construction in reservoir simulators. Dans *SPE Petroleum Computer Conference*, Dallas, Houston, TX, USA, July 31 - August 3 1994. Paper 28248.

J. C. S. Long et D. M. Billaux. From field data to fracture network modeling : An example incorporating spatial structure. *Water Resources Research*, 23:1201–1216, 1987.

M. F. Lough, S. H. Lee et J. Kamath. An efficient boundary integral formulation for flow through fractured porous media. *Journal of Computational Physics*, 143:462–483, 1998.

L. Macé. *Caractérisation et modélisation numériques tridimensionnelles des réseaux de fractures naturelles - Application au cas des réservoirs.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France, June 2006.

J.-L. Mallet. *Geomodeling.* Oxford University Press, 2002.

S. K. Matthäi, A. Mezentsev et M. Belayneh. Control-volume finite-element two-phase flow experiments with fractured rock represented by unstructured 3D hybrid meshes. Dans *SPE Reservoir Simulation Symposium*, Houston, TX, USA, 31 January - 2 February 2004.

J. Mauss. Local analysis of linear networks by aggregation of characteristic lines. Dans *9th International Workshop on Principles of Diagnosis*, Sea Crest Resort, MA, U.S.A., 1998.

M. J. Mlacnik, L. J. Durlofsky et Z. E. Heinemann. Dynamic flow-based PEBI grids for reservoir simulation. Dans *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Houston, TX, USA, 26-29 September 2004.

H. S. Naji et H. Kazemi. A fully implicit, three-dimensional, two-phase, control-volume finite element model for the simulation of naturally fractured reservoirs. Dans *7th Abu Dhabi International Petroleum Exhibition and Conference*, Abu Dhabi, U.A.E., 13-16 October 1996. Paper 36279.

T. Nakashima, K. Sato, N. Arihara et N. Yazawa. Effective permeability estimation for simulation of naturally fractured reservoirs. Dans *SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition*, Brisbane, Australia, 16-18 October 2000. Paper 64286.

R. A. Nelson. *Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs*. Gulf Professional Publishing, 2nd édition, 2001.

B. F. Nielsen et A. Tveito. An upscaling method for one-phase flow in heterogeneous reservoirs. A weighted output least squares (WOLS) approach. *Computational Geosciences*, 2:93–123, 1998.

B. Noetinger. The effective permeability of a heterogeneous porous medium. *Transport in Porous Media*, 15:99–127, 1994.

B. Noetinger, T. Estebenet et P. Landereau. A direct determination of the transient exchange term of fractured media using a continuous time random walk method. *Transport in Porous Media*, 44:539–557, 2001.

C. Nogaret. Implementation of a network-based approach in an object-oriented reservoir simulator. Mémoire de master, Stanford University, Stanford, CA, USA, May 1996.

J. M. Nordbotten et I Aavatsmark. Monotonicity conditions for control volume methods in uniform parallelogram grids in homogeneous media. *Computational Geosciences*, 9:61–72, 2005.

M. Oda. Permeability tensor for discontinuous rock masses. *Geotechnique*, 35:483–495, 1985.

A. Ordonez, G. Penuela, E. A. Idrobo et C. E. Medina. Recent advances in naturally fractured reservoir modeling. *Ciencia, Tecnologia y Futuro*, 2:51–64, 2001.

S. J. Owen. A survey of unstructured mesh generation technology. Dans *7th International Meshing Roundtable*. Sandi National Laboratories, October 1998.

M. Prévost. *Accurate Coarse Reservoir Modeling Using Unstructured Grids, Flow-Based Upscaling and Streamline Simulation*. Thèse de doctorat, Stanford University, Stanford, CA, USA, December 2003.

M. Prévost, F. Lepage, L. J. Durlofsky et J.-L. Mallet. Unstructured 3D gridding and upscaling for coarse modelling of geometrically complex reservoirs. *Petroleum Geoscience*, 11:339–345, 2005.

M. Ramè et J. E. Killough. A new approach to the simulation of flows in highly heterogeneous porous media. Dans *SPE Symposium on Reservoir Simulation*, Anaheim, CA, USA, 17-20 February 1991. Paper 21247.

V. Reichenberger, H. Jakobs, P. Bastian et R. Helmig. A mixed-dimensional finite volume method for two-phase flow in fractured porous media. *Advances in Water Resources*, 29: 1020–1036, 2006.

P. Renard. *Modélisation des écoulements en milieux poreux hétérogènes. Calcul des perméabilités équivalentes.* Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris, France, December 1996.

P. Renard et G. de Marsily. Calculating equivalent permeability : A review. *Advances in Water Resources*, 20:253–278, 1997.

P. Renard, G. Le Loc'h, E. Ledoux, G. de Marsily et R. Mackay. A fast algorithm for the estimation of the equivalent hydraulic conductivity of heterogeneous media. *Water Resources Research*, 36:3567–3580, 2000.

M. C. M. Rijken. *Modeling naturally fractured reservoirs : from experimental rock mechanics to flow simulation.* Thèse de doctorat, University of Texas, Austin, TX, USA, May 2005.

D. Rojas et J. Caers. A streamline approach to retain extensive discrete fracture networks from a detailed static fracture model. Dans *SCRF Meeting*, 2006.

P. Royer, J-L. Auriault, J. Lewandowska et C. Serres. Continuum modelling of contaminant transport in fractured porous media. *Transport in Porous Media*, 49:333–359, 2002.

J-C. Sabathier, B. Bourbiaux, M-C. Cacas et S. Sarda. A new approach of fractured reservoirs. Dans *SPE International Petroleum Conference and Exhibition of Mexico*, Villahermosa, Mexico, 3-5- March 1998. Paper 39825.

R. Sablock et K. Aziz. Upscaling and discretization errors in reservoir simulation. Dans *SPE Reservoir Simulation Symposium*, Houston, TX, USA, 31 January - 2 February 2005. Paper 93372.

T. Samardzioska et V. Popov. Numerical comparison of the equivalent continuum, non-homogeneous and dual porosity models for flow and transport in fractured porous media. *Advances in Water Resources*, 28:235–255, 2005.

S. Sarda, L. Jeannin et B. Bourbiaux. Hydraulic characterization of fractured reservoirs : Simulation on discrete fracture models. Dans *SPE Reservoir Simulation Symposium*, Houston, Texas, USA, February 2001. Paper 66398.

D. T. Snow. Anisotropic permeability of fracture media. *Water Resources Research*, 5:1273–1289, 1969.

L. Souche. Generation of unstructured 3D streamline pressure-potential-based k-orthogonal grids. Dans *9th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, Cannes, France, 30 August - 2 September 2004.

D. Stauffer et A. Aharony. *Introduction to Percolation Theory*. London : Taylor & Francis, 1992.

I. E. Sutherland et G. W. Hodgman. Reentrant polygon clipping. *Communications of the ACM*, 17:32–42, 1974.

K. Suzuki et T. A. Hewett. Sequential upscaling method. *Transport in Porous Media*, 46: 179–212, 2002.

S. Suzuki, C. Daly, J. Caers et D. Mueller. History matching of naturally fractured reservoir using elastic stress simulation, fracture-to-perm calibration and probability perturbation method. Dans *SCRF Meeting*, Stanford, California, U.S.A., May 2005.

A.-L. Tertois. *Création et modification de modèles géologiques par champs de potentiel. Application au modèle GeoChron*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Vandoeuvre-lès-Nancy, June 2007.

A. P. G. van Heel et P. M. Boerrigter. Shape factor in fractured reservoir simulation. Dans *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, San Antonio, TX, USA, 24-27 September 2006. Paper 102471.

P. van Lingen, J-M. Daniel, L. Cosentino et M. Sengul. Single medium simulation of reservoirs with conductive faults and fractures. Dans *SPE Middle East Oil Show*, Bahrain, 17-20 March 2001. Paper 68165.

S. Verma et K. Aziz. A control volume scheme for flexible grids in reservoir simulation. Dans *14th SPE Symposium on Reservoir Simulation*, Dallas, TX, USA, 1997. Paper 37999.

S. Vitel. Fast transmissibility upscaling technique for naturally fractured reservoirs. Dans *26th Gocad Meeting*, Nancy, France, June 2006.

S. Vitel. Adaptive global upscaling for 3D fractured reservoirs. Dans *27th Gocad Meeting*, Nancy, France, June 2007.

S. Vitel et J.-L. Mallet. A generic network model for flow grids. Dans *25th Gocad Meeting*, Nancy, France, 6-9 June 2005.

S. Vitel et L. Souche. Unstructured upggriding and transmissibility upscaling for preferential flow paths in 3D fractured reservoirs. Dans *SPE Reservoir Simulation Symposium*, Houston, TX, USA, 26-28 February 2007.

J. Voelker. *A reservoir characterization of Arab-D Super-K as a discrete fracture network flow system, Ghawar Field, Saudi Arabia*. Thèse de doctorat, Stanford University, Stanford, CA, U.S.A., 2004.

T. C. Wallstrom, M. A. Christie, L. J. Durlofsky et D. H. Sharp. Effective flux boundary conditions for upscaling porous media equations. *Transport in Porous Media*, 46:139–153, 2002a.

T. C. Wallstrom, S. Hou, M. A. Christie, L. J. Durlofsky, D. H. Sharp et Q. Zou. Application of effective flux boundary conditions to two-phase upscaling in porous media. *Transport in Porous Media*, 46:155–178, 2002b.

J. Warren et H. Price. Flow in heterogeneous porous media. *SPE Journal*, 1:153–169, 1961.

J. E. Warren et P. J. Root. Behaviour of naturally fractured reservoirs. *SPE Journal*, 3:245–255, 1963.

X. H. Wen, L. J. Durlofsky et M. G. Edwards. Upscaling of channel systems in two dimensions using flow-based grids. *Transport in Porous Media*, 51:343–366, 2003.

X.-H. Wen et J. J. Gómez-Hernández. Upscaling hydraulic conductivities in heterogeneous media : An overview. *Journal of Hydrology*, 183, 1996.

C. D. White et R. N. Horne. Computing absolute transmissibility in the presence of fine-scale heterogeneity. Dans *SPE Reservoir Simulation Symposium*, San Antonio, TX, USA, 1-4 February 1987.

P. Winston. *Intelligence artificielle*, pages 99–111. Paris : Intereditions, 1988.

L. Zhang, S. L. Bryant, J. W. Jennings, Jr., T. J. Arbogast et R. Paruchuri. Multiscale flow and transport in highly heterogeneous carbonates. Dans *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Houston, TX, USA, 26-29 September 2004. Paper 90336.

P. Zhang et G. E. Pickup. A new upscaling approach for highly heterogeneous reservoirs. Dans *SPE Reservoir Simulation Symposium*, Houston, TX, USA, 31 January - 2 February 2005.

INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE
DE LORRAINE

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :
Monsieur Alain GRINGARTEN, Professeur, Impérial College, Royal School of Mines, Londres, Angleterre

Monsieur Philippe RENARD, Professeur, Université de Neuchâtel, Suisse

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

Madame VITEL Sarah

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE, une thèse intitulée :

"Méthode de changement d'échelle globale adaptative - Application aux réservoirs fracturés tridimensionnels"

NANCY BRABOIS
2, AVENUE DE LA
FORET-DE-HAYE
BOITE POSTALE 3
F - 54501
VANDŒUVRE CEDEX

en vue de l'obtention du titre de :

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : **« Géosciences »**

Fait à Vandoeuvre, le 23 août 2007
Le Président de l'I.N.P.L.,
F. LAURENT

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE – NANCY

TEL. 33/03.83.59.59.59
FAX. 33/03.83.59.59.55

Résumé

La plupart des méthodes existant pour la simulation d'écoulement dans les réservoirs fracturés sont basées sur le modèle à double continuum de Warren et Root (1963). Cependant, ce modèle souffre de plusieurs limites : (1) l'hypothèse de l'existence d'un volume élémentaire représentatif, (2) une idéalisation du système de fractures, (3) l'évaluation d'une fonction de transfert entre la matrice et les fractures, et (4) l'utilisation de conditions aux limites locales.

La méthode développée dans cette thèse répond à ces quatre points. Un réseau de fractures discrètes et une grille géologique classique sont d'abord discrétisés conjointement en utilisant une liste de connectivités. Les noeuds représentent soit les fractures discrètes, soit les blocs de matrice ; les segments représentent les connexions matrice-matrices, fracture-fractures et matrice-fractures. Une comparaison avec la technique de maillage par volumes finis de Karimi-Fard et al. (2004) a permis de valider la discrétisation proposée pour différents scénarios d'écoulement. Ensuite, un changement d'échelle est réalisé en trois étapes. Un ensemble de noeuds représentatifs est sélectionné, puis un système simplifié équivalent est construit par décimation de tous les autres noeuds. Ce procédé est basé sur des transformations qui assurent la conservation des pressions et des débits, sans imposer de conditions aux limites. Enfin, le nombre de connexions peut éventuellement être réduit, et les transmissibilités restantes sont calculées par une procédure d'optimisation permettant de préserver le comportement à l'écoulement du modèle initial. Le système obtenu, plus creux, sera ainsi résolu plus rapidement lors de la simulation d'écoulement. De tels systèmes simplifiés ont permis de reproduire précisément le comportement de modèles fins pour différents scénarios d'écoulement, sur des milieux très hétérogènes et des milieux fracturés, avec une réduction significative des temps de simulation.

Mots-clés: réservoirs fracturés - discrétisation non structurée - changement d'échelle global - *upgridding* adaptatif

Abstract

Most of existing methods for flow simulation of fractured reservoirs are based on the dual-medium model of Warren and Root (1963). However this model suffers several limitations : (1) the assumption of the existence of a representative elementary volume, (2) an idealization of the fracture system, (3) the evaluation of the matrix-fracture transfer function, and (4) the use of local boundary conditions.

The method developed in this work overcomes all four limitations. A discrete fracture network and a corner-point grid are first jointly discretized using a connectivity list. Nodes represent either discrete fractures or matrix blocks ; pipes stand for matrix-to-matrix, fracture-to-fracture and matrix-to-fracture connections. A comparison with the finite volume meshing technique of Karimi-Fard et al. (2004) validates the proposed discretization for different flow scenarios. Then, an upscaling is performed in three steps. First, a set of representative nodes is selected, followed by the construction of a simplified equivalent system by decimating the other nodes. This process is based on transformations that ensure pression and flow rate conservation, but does not rely on boundary conditions. Finally and optionally, the number of connections is reduced : the remaining transmissibilities are calculated by an optimization procedure in order to preserve initial flow behavior. The resulting sparser system can then be solved more rapidly during flow simulation. Such simplified systems reproduce accurately the fine-scale model behavior for different flow scenarios, in both very heterogenous and fractured media, with significant speedups.

Keywords: fractured reservoirs - unstructured discretization - global upscaling - adaptive upgridding

Centre de Recherches Pétrographiques et Géochimiques

Laboratoire d'Infographie et d'Analyse de Données

Rue du Doyen Marcel Roubault - 54500 Vandœuvre